

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PRÉSENTÉE À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DU  
DOCTORAT EN GÉNIE  
PH.D.

PAR  
SEMAAN GEORGES

ÉVALUATION DE L'EFFET DE LA MER ET DU CONTREPOIDS SUR LE PROFIL  
DE LA TENSION D'UN SYSTÈME DE MISE À LA TERRE D'UNE LIGNE DE  
TRANSPORT D'ÉNERGIE À HAUTE TENSION DANS UN SOL RÉSISTIF

MONTREAL, LE 10 SEPTEMBRE 2001

© droits réservés de Semaan Georges

**CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE**

**PAR UN JURY COMPOSÉ DE :**

- **M. Pierre-jean Lagacé, directeur de thèse**  
**Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure**
- **M. Xuan Dai Do, codirecteur**  
**Département de génie électrique à l'École polytechnique de Montréal**
- **M. Ambrish Chandra, professeur**  
**Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure**
- **M. Kamal Al Haddad, professeur**  
**Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure**
- **M. Emmanuel Crainic, représentant industriel**  
**IREQ**

**ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET UN PUBLIC**

**LE 6 SEPTEMBRE 2001**

**À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE**

# **ÉVALUATION DE L'EFFET DE LA MER ET DU CONTREPOIDS SUR LE PROFIL DE LA TENSION D'UN SYSTÈME DE MISE À LA TERRE D'UNE LIGNE DE TRANSPORT D'ÉNERGIE À HAUTE TENSION DANS UN SOL RÉSISTIF**

Semaan Georges

(Sommaire)

La résistivité du sol joue un rôle principal dans la conception des systèmes de mise à la terre. Lorsque la résistivité du sol est très élevée, l'élévation de potentiel engendrée par un courant de défaut dans la terre devient problématique dans l'absence d'un bon système de mise à la terre (malt).

Ce sujet de recherche traite un cas pratique, il consiste à évaluer l'effet de l'eau de mer ainsi que l'installation d'un contrepoids connecté par une ligne d'électrode à l'eau salée sur le profil de l'élévation de potentiel d'une ligne de transport d'énergie à 69 kV, déjà en service qui se trouve dans la province de Québec, région de Labrador à proximité de l'océan Atlantique.

La ligne de transport d'énergie faisant l'objet de cette étude est de 21 km de longueur, s'étend entre un poste de distribution (Latabatière) et une centrale électrique (Lac-Robertson). Elle a été construite sans fil de garde ni contrepoids mais un conducteur d'électrode dédié relie chacune des grilles de mise à la terre de la centrale électrique et du poste de distribution à l'eau salée. Des mesures qui ont été effectuées par un groupe technique d'Hydro-Québec pour déterminer la résistance de malt de quelques pylônes montrent que cette résistance varie de 10 à 500  $\Omega$ , ce qui est problématique lors d'un court circuit ou d'un coup de foudre sur la ligne.

La méthode des images d'électromagnétisme a été appliquée pour calculer le potentiel engendré par l'injection du courant dans la terre. Le sol a été modélisé par un modèle à deux couches horizontales de part et d'autre d'une frontière verticale qui sépare la terre de la mer. Les résultats obtenus montrent que l'ajout d'un contrepoids relié à la mer le long de la ligne pourrait assurer efficacement la mise à la terre des pylônes lors d'un court circuit sur la ligne et stabiliser davantage le profil de potentiel.

# **EVALUATION OF THE EFFECT OF SALT WATER AND A COUNTERPOISE ON THE VOLTAGE PROFILE OF A GROUNDING SYSTEM OF A HIGH VOLTAGE POWER TRANSMISSION LINE IN A HIGH RESISTIVITY SOIL**

Semaan Georges

(Abstract)

Soil resistivity plays an important role in the design of grounding systems. When the soil resistivity is very high, the potential raise generated by a fault ground current can be problematic in the absence of an efficient grounding system.

This research treats a practical case, it consists of evaluating the impact of salt water and the eventual installation of a counterpoise connected through an electrode line to salt water on the potential raise profile of a 69 kV power transmission line which is already in service and located in the Labrador region in the province of Quebec at the vicinity of the Atlantic Ocean.

The power transmission line making the object of this research is of 21 km length between a distribution sub-station (Latabatière) and a power generating station (Lac-Robertson). It has been built without a shield wire neither counterpoise but a line electrode connecting the grids of the distribution and power stations to salt water. Some measurements of the grounding resistance of some towers carried out by a special test group of Hydro-Quebec reveal that their values vary between 10 and 500  $\Omega$  which can be problematic when a lightning strike occurs on the line.

The electromagnetic image method is applied in order to compute the potential raise generated by a current injected into the ground. The soil is modeled by two horizontal layers in a side and other from a vertical fault, which separates the ground from the salt water. The simulations shows that the installation of a counterpoise connected to salt water can reduce significantly the potential raise and make the grounding system very efficient in case of a short circuit or lightning strike occurring on the power line.

## **REMERCIEMENTS**

Je tiens avant tout à remercier chaleureusement mon directeur de recherche Monsieur Pierre-Jean Lagacé, qui a rendu possible la réalisation de ce travail. Je lui témoigne sincèrement ma gratitude pour des nombreuses discussions scientifiques que nous avons échangées, sa disponibilité, sa patience et son encouragement dans les moments difficiles.

Je voudrais également remercier mon codirecteur, Monsieur Xuan Dai Do, pour son soutien, sa participation et son appui moral qui m'ont aidé à progresser dans ma recherche. J'exprime toute ma reconnaissance à M. Jacques Fortin d'Hydro-Québec pour ses suggestions fructueuses, le support technique et le partage de ses compétences.

Je remercie également les autres membres du jury : M. Amrish Chandra, le président, M. Kamal Al Haddad et l'examineur externe M. Emmanuel Crainic pour leur travail d'organisation des examens ainsi que ma soutenance.

Enfin, je tiens à remercier tous mes collègues et mes amis qui m'ont apporté leur soutien moral et leur encouragement au cours de ce travail. Des remerciements particuliers à M. Fouad Slaoui avec lequel on a effectué plusieurs travaux.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE.....	i
ABSTRACT.....	ii
REMERCIEMENTS.....	iii
TABLE DES MATIÈRES.....	iv
LISTE DES TABLEAUX.....	vii
LISTE DES FIGURES .....	viii
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES .....	x
INTRODUCTION .....	1
PROBLÉMATIQUE.....	5
REVUE DE LA LITTÉRATURE .....	6
MÉTHODOLOGIE.....	12
CHAPITRE 1 : Introduction à la mise à la terre .....	14
1.1 Nécessité de la mise à la terre .....	14
1.2 Élévation de potentiel .....	15
1.3 Le courant électrique et le corps humain .....	15
1.4 Tension de contact et de pas .....	16
1.5 Éléments d'une mise à la terre .....	21
1.6 Mise à la terre des pylônes.....	22
1.7 Conductivité électrique du sol .....	25
1.7.1 Structure du globe terrestre.....	25
1.7.2 Résistivité du sol .....	26
1.7.3 Conduction du courant électrique dans le sol .....	28

1.7.4 Propriétés thermiques du sol .....	29
1.7.5 Chauffage du sol .....	32
<b>CHAPITRE 2 : LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES .....</b>	<b>39</b>
2.1 Survol historique.....	39
2.2 Description de la méthode des différences finies .....	40
2.3 Exemple d'application de la méthode des différences finies.....	43
2.4 Adaptation de la méthode des différences finies afin de calculer l'élévation de potentiel à la surface d'un sol avec des conditions frontières .....	47
2.4.1 Modèle simple.....	47
2.4.2 Modèle d'un sol à deux couches.....	50
2.5 Discussion de la méthode des différences finies.....	52
<b>CHAPITRE 3 : LA MÉTHODE DES IMAGES .....</b>	<b>54</b>
3.1 Source ponctuelle de courant enfouie dans un sol à deux couches.....	54
3.2 Prises de terre cylindriques et horizontales.....	57
3.2.1 Calcul de l'impédance de la prise de terre .....	58
3.2.2 La résistance du contrepoids dans un sol à deux couches .....	62
<b>CHAPITRE 4 : MODÉLISATION.....</b>	<b>70</b>
4.1 Modèle réel .....	70
4.2 Développement du modèle utilisé.....	72
4.3 La mesure du profil de potentiel .....	78
4.4 Calcul de l'élévation de potentiel .....	81
4.5 Validation du modèle choisi .....	82
4.6 L'effet de l'eau salée sur le profil de potentiel .....	85
<b>CHAPITRE 5 : L'effet du contrepoids et de l'électrode de mer sur le profil de la tension .....</b>	<b>90</b>
5.1 Impédance de mise à la terre du contrepoids.....	90
5.2 Résistance de mise à la terre de l'électrode de mer .....	92
5.3 Validation de la valeur calculée de la résistance de l'électrode de mer.....	95
<b>CHAPITRE 6 : Simulation et validation des résultats.....</b>	<b>97</b>

6.1 Introduction.....	97
6.2 Simulations .....	100
6.3 Analyse et discussion des résultats .....	106
CONCLUSION.....	110
RECOMMANDATIONS .....	112
BIBLIOGRAPHIE .....	113
ANNEXES .....	117
A : Calcul de la résistance de l'électrode de mer.....	117
B : Calcul de l'impédance propre d'un conducteur de longueur infinie.....	121
C : Calcul de la résistance de mise à la terre du contrepoids.....	126



## **LISTE DES TABLEAUX**

	<b>Page</b>
1.1 La résistivité de divers types de sol .....	27
1.2 Chaleur spécifique .....	30
1.3 Conductivité thermique.....	31
2.1 L'erreur obtenue dans les deux cas .....	47
4.1 Mesure de potentiel.....	80
4.2 Valeurs des paramètres du sol.....	82
4.3 Comparaison entre les résultats mesurés et calculés.....	83
6.1 Les mesures de la résistance de malt des pylônes.....	99
6.2 Caractéristiques des conducteurs .....	101
6.3 La légende des graphiques .....	104
6.4 Légende du profil de potentiel .....	106

## LISTE DES FIGURES

	Page
1.1 La tension de pas.....	18
1.2 La tension de touche .....	20
1.3 Coup de foudre sur un pylône .....	23
1.4 Section angulaire du globe terrestre.....	25
1.5 Prise de terre sphérique dans le sol .....	33
1.6 Distribution de la température autour d'une prise de terre sphérique enfouie profondément dans les sol.....	35
1.7 Augmentation de la température en fonction du temps .....	37
2.1 Représentation de la grille dans un plan xy .....	40
2.2 La plaque d'acier dans un plan xy .....	44
2.3 Représentation des conditions frontières .....	44
2.4 Représentation de la grille avec $h = 2.5$ cm.....	45
2.5 Une charge dans un sol homogène.....	48
2.6 La grille dans un sol homogène .....	49
2.7 Profil du potentiel électrique des nœuds .....	50
2.8 Une charge dans un sol à deux couches.....	51
3.1 Système équivalent des images de nombre infini d'une charge ponctuelle.....	55
3.2 Prise de terre cylindrique enfouie dans le sol .....	58
3.3 Représentation d'un segment de la prise de terre .....	59
3.4 Contrepoids continu enfoui dans le sol.....	63
3.5 Frontière verticale .....	68
4.1 Le modèle réel.....	71

4.2	Modèle # 1 .....	73
4.3	Modèle # 2 .....	74
4.4	Modèle # 3 .....	75
4.5	Mesure du profil de potentiel.....	79
4.6	Schéma de calcul de la tension .....	81
4.7	Le profil de potentiel.....	85
4.8	Circuit de mesure de potentiel .....	86
4.9	Le potentiel en fonction de la distance entre les électrodes de courant et la distance à la mer .....	87
4.10	La valeur normalisée du potentiel électrique en fonction de la distance entre les électrodes de courant et la distance à l'eau salée .....	88
5.1	Contrepoids enfoui dans le sol.....	90
5.2	L'électrode de mer .....	93
5.3	Le processus de segmentation.....	94
5.4	La résistance de malt de l'électrode de mer en fonction de la longueur de l'électrode de mer .....	95
6.1	Le système de mise à la terre de la ligne électrique.....	98
6.2	Comparaison entre les valeurs mesurées et calculées de la résistance de malt des pylônes en utilisant un conducteur de type 2/0 ACSR .....	102
6.3	Comparaison entre les valeurs mesurées et calculées de la résistance de malt des pylônes en utilisant un conducteur de type 2/0 COPPER.....	103
6.4	Comparaison entre le profil de potentiel mesuré et le profil calculé après l'installation du contrepoids .....	105

## **LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES**

D	Distance entre la ligne de transport d'énergie et la mer (km)
d	La distance entre les électrodes d'injection du courant, (km)
E	Le champ électrique, (V/m)
H	Profondeur de la première couche du sol, (m)
h	Profondeur d'enfouissement de l'électrode dans le sol, (m)
$I_c$	L'intensité efficace du courant traversant le corps humain, (A)
K	Constante
L	Longueur du contrepoids, (m)
Malt	Mise à la terre.
P	La puissance dissipée dans le sol, (W)
Q	La charge électrique, (C)
q	L'énergie thermique dégagée, (J)
$R_p$	La résistance de pas, ( $\Omega$ )
$R_c$	La résistance du corps humain, ( $\Omega$ )
$R_l$	La résistance du contrepoids, ( $\Omega$ )
$R_2$	La résistance de l'image du contrepoids, ( $\Omega$ )
$R_3$	La résistance due à la présence d'un sol à deux couches, ( $\Omega$ )
$R_4$	La résistance due à la frontière verticale, ( $\Omega$ )
$R_{pr}$	La résistance propre du contrepoids, ( $\Omega$ )
$R_h$	La résistance du contrepoids dans un sol homogène, ( $\Omega$ )
$R_d$	La distribution de la résistance du contrepoids, ( $\Omega/m$ )
S	Une source de courant
S'	L'image de la source de courant

$t$	La durée d'écoulement du courant, (s)
$T$	La constante de temps, (s)
$v$	Le volume du sol, ( $m^3$ )
$V_{pas}$	La tension de pas, (V)
$V$	Le potentiel électrique, (V)
$V_{moy}$	Le potentiel moyen, (V)
$V_{lp}$	Le potentiel dû au sol à gauche de la frontière verticale, (V)
$V_{2p}$	Le potentiel dû au sol à droite de la frontière verticale, (V)
$Z$	L'impédance de malt du contrepoids, ( $\Omega$ )
$z$	L'impédance caractéristique du contrepoids, ( $\Omega/m$ )
$\gamma$	La chaleur spécifique, ( $J/(m^3 \cdot ^\circ C)$ )
$\rho_1$	Résistivité de la première couche du sol, ( $\Omega.m$ )
$\rho_2$	Résistivité de la deuxième couche du sol, ( $\Omega.m$ )
$\rho_3$	Résistivité de la mer, ( $\Omega.m$ )
$\rho_s$	La résistivité du sol près de la surface ( $\Omega.m$ )
$\Gamma$	Le coefficient de réflexion
$\Gamma_1$	Le coefficient de réflexion
$\Gamma_2$	Le coefficient de réflexion
$\epsilon_0$	La permittivité de l'air, (F/m)
$\lambda$	La densité linéaire du courant, (C/m)
$\Lambda$	La conductivité thermique, ( $W/m \cdot ^\circ C$ )
$\theta$	La température du sol, ( $^\circ C$ )

## **INTRODUCTION**

Lors d'un défaut à la terre dans un poste ou sur une ligne de transport d'énergie, le courant de défaut cherche à s'écouler dans le sol à travers les électrodes de mise à la terre ce qui fait monter le potentiel local du sol par rapport à celui d'une terre lointaine. Pour cela, depuis l'avènement de l'industrie et la forte demande en énergie électrique, les problèmes reliés à la conception de la mise à la terre retiennent l'attention des ingénieurs électriques et les concepteurs des postes et des lignes de transport d'énergie en haute tension.

L'importance de la conception de la mise à la terre des lignes de transport d'énergie et des postes de transformation tient de la nécessité de réduire les coûts associés à l'installation des électrodes de terre, de protéger le matériel, améliorer la qualité du service et limiter les surtensions nuisibles aux appareils avoisinants et potentiellement dangereuses pour les individus. Le besoin d'une mise à la terre se fait sentir d'une façon plus aiguë, lorsque l'importance des systèmes d'alimentation d'énergie, les tensions nominales et la capacité des courants de court circuit augmentent. Les systèmes non reliés à la terre produisent des surtensions plus importantes en cas de défaut. Pour limiter les surtensions, la méthode la plus logique consiste à mettre en série une résistance adéquate dans le circuit de terre.

Afin de pouvoir faire une conception de mise à la terre, plusieurs efforts ont été déployés pour s'approcher le plus possible des conditions réelles de l'installation et de façon à prévoir le comportement de la mise à la terre sous différentes charges rencontrées lors d'un défaut du réseau électrique. La structure du sol et sa résistivité peuvent

influencer beaucoup le comportement de la mise à la terre et le profil de l'élévation du potentiel engendré par le courant qui s'écoule dans le sol lors d'un défaut quelconque.

Le travail effectué dans cette thèse s'inscrit dans la continuité des efforts pour obtenir une conception réaliste de la mise à la terre en tenant compte des différents paramètres du sol qui peuvent influencer les résultats, d'assurer la sécurité du personnel, réduire les coûts associés à l'installation des systèmes de malt en essayant d'exploiter la présence de certaines ressources naturelles comme dans ce cas la mer afin de diminuer la résistivité apparente du sol, limiter les surtensions et améliorer la qualité de service et de l'onde.

Après la présentation de la problématique, la méthodologie et la recherche bibliographique effectuée dans le cadre de ce sujet, une introduction à la mise à la terre est présentée au chapitre 1. Dans ce chapitre, l'importance de la mise à terre des installations électriques est discutée, quelques définitions des paramètres qui sont considérés très importants et la théorie pour calculer le potentiel de touche et de pas ainsi que le courant électrique toléré par l'être humain sont exposés. Les phénomènes de conduction du courant électrique dans le sol, l'influence des propriétés thermiques et électriques du sol ainsi que l'échauffement du sol autour les prises de terre sur le comportement des systèmes de mise à la terre sont présentés.

La méthode des différences finies pour résoudre l'équation de Laplace est présentée au chapitre 2. Cette méthode a été déjà appliquée pour déterminer la propagation de la chaleur autour les électrodes de mise à la terre des lignes de transport d'énergie à haute tension. L'adaptation de cette méthode pour calculer l'élévation de potentiel dans un sol homogène et sur des petites distances ainsi qu'un exemple d'application numérique sont illustrés. Les difficultés rencontrées lors de l'application de la méthode des différences finies pour déterminer le potentiel pour un modèle d'un sol à

deux couches en tenant compte des conditions frontières sont présentées en détails. Ensuite, l'application de cette méthode est discutée.

La méthode des images et la théorie de l'électromagnétisme sont exposées au chapitre 3. Le cas d'une charge ponctuelle et d'un conducteur dans le sol a été discuté et l'élévation de potentiel engendrée par ces charges est calculée par l'application de la méthode des images d'électromagnétisme sur un modèle d'un sol à deux couches. L'impédance d'une prise de terre enfouie dans le sol est déterminée.

La modélisation de l'installation électrique avec le sol est effectuée au chapitre 4. Plusieurs modèles sont présentés et des simulations en utilisant ces modèles se déroulaient afin de développer le modèle qui répond de plus au modèle réel. Les résultats de calcul du potentiel électrique sont comparés avec les mesures fournies par Hydro-Québec et le modèle développé est validé par ces mesures pratiques. L'effet de la présence de la mer sur le profil du potentiel est simulé et les courbes correspondantes sont présentées.

L'effet de l'installation d'un contrepoids dans le sol reliant les structures des pylônes et les deux grilles de mise à la terre du poste de transformation et la centrale électrique est discuté au chapitre 5. La méthode de segmentation-intégration est appliquée pour déterminer la résistance de mise à la terre de l'électrode de mer. La valeur de la résistance calculée est validée par des mesures pratiques prises par un groupe technique d'Hydro-Québec.

Les courbes de simulation du comportement du système de mise à la terre de la ligne de transport à 69 kV après l'ajout du contrepoids et une électrode de mer qui relie le contrepoids à la mer sont présentées au chapitre 6. Deux cas sont simulés, lorsque le contrepoids est au-dessus du sol et le deuxième cas avec un contrepoids souterrain. Les résultats montrent une grande amélioration du profil de potentiel dans le sol et mettent en



évidence le rôle important du contrepoids et la présence de la mer à proximité de l'installation électrique.

Dans l'annexe A la méthode de segmentation-intégration est présentée en détails dans le but de calculer la résistance de mise à la terre de l'électrode de mer qui s'étend entre la plage et l'eau salée. Cette électrode traverse deux milieux de résistivité différente, la terre et la mer, elle est enfouie dans le sol et pénètre à une distance de presque 15 m dans la mer.

A l'annexe B le calcul de l'impédance propre d'un conducteur très long est présenté. L'annexe C montre le calcul de la résistance du contrepoids. La théorie du modèle de Dubanton pour déterminer la profondeur complexe du plan superconducteur dans le sol est bien exposée pour un modèle d'un sol à deux couches. La résistance du contrepoids est déterminée en tenant compte des phénomènes d'induction électromagnétique et l'influence mutuelle entre le contrepoids et les résistances de mise à la terre des pylônes.

A la suite de ces développements, les conclusions principales de ce travail sont présentées.

## **PROBLÉMATIQUE**

L'amorçage d'une ligne de transport d'énergie lors d'un court circuit ou d'un coup de foudre sur les conducteurs actifs en l'absence du fil de garde se produit avec une forte probabilité. La présence de la mer à proximité d'une ligne de distribution occasionne des tensions de contact entre celle-ci et certaines pièces métalliques reliées au conducteur neutre de la ligne lors d'un court circuit. Ces tensions de contact dépassent les limites sécuritaires ce qui peut mettre en danger la sécurité publique et les équipements électriques.

Des essais de mise à la terre ont été effectués par Hydro-Québec sur un tronçon d'une ligne de transport d'énergie à 69 kV entre Lac-Robertson (une centrale électrique) et Latabatière (un poste de distribution) dans la région de Labrador. Cette ligne est conçue sans fil de garde ni contrepoids, elle se trouve dans un sol rocheux de résistivité élevée, à proximité de l'eau salée, ce qui complique le modèle utilisé pour représenter la situation réelle.

Les essais effectués pour mesurer la résistance de mise à la terre de quelques pylônes montrent que cette résistance est très élevée, elle varie entre (10 à 500 ohms) ce qui est problématique lors d'un court circuit ou d'un coup de foudre. D'autre part, les tensions mesurées au port du village Latabatière où le neutre de la ligne de distribution qui alimente des abonnés est relié par une pièce métallique à la mer, montrent qu'une personne faisant contact entre cette pièce et la mer pendant un court-circuit, pourrait subir un courant supérieur aux limites sécuritaires. Cette situation est engendrée par la présence de la mer qui accentue le gradient du potentiel.

## **REVUE DE LA LITTÉRATURE**

Plusieurs études ont été réalisées sur la conception des systèmes de mise à la terre en tenant compte des différents modèles du sol, l'influence mutuelle entre les différents éléments de ces systèmes et les effets physiologiques des chocs électriques.

L'effet d'un sol non uniforme, composé de 2 couches sur l'impédance du système de malt est considéré par Zabrovsky [1]. L'auteur produit dans cet article des expressions de la conception de malt dans des sols dont le rapport de résistivité varie de 1 à 100. Des calculs simplifiés sont également présentés pour une grille de malt et pour différentes configurations des électrodes formées d'anneaux concentriques enfouis dans la couche supérieure du sol.

Les effets physiologiques des chocs électriques sont abordés par Geiges [2]. A cet effet, il en ressort que le courant produisant une contraction musculaire involontaire est de l'ordre de 20 mA pour un adulte. Les études effectuées par Dalziel [3] confirment ce fait et démontrent que l'impédance du corps humain est de l'ordre de 1000 ohms.

L'effet mutuel entre les conducteurs du courant de retour dans le sol d'un malt et les conducteurs qui servent à mesurer l'élévation du potentiel lors d'un essai génère une erreur significative sur la valeur mesurée de l'impédance de malt ainsi que la tension. Ce problème est traité par Eldon J. Rogers [4] qui présente des formules de l'impédance mutuelle qui servent à corriger l'erreur résultante de la mutualité entre deux conducteurs parallèles ou croisés de longueur finie. Ces formules sont une extension de la théorie des images complexes de Carson [32].

Dans l'industrie de la puissance électrique, les systèmes de mise à la terre interconnectés avec des centaines ou même des milliers des éléments des circuits est un cas fréquent. La représentation matricielle de ce genre des systèmes n'est pas efficace parce que la qualité de la solution diminue au fur et à mesure que la grandeur du système augmente à cause de la propagation de l'erreur relative de chaque élément de ce système. S. T. Sobral [5] présente une méthode découplée qui est un ensemble des procédures qui nous permet de déterminer un système équivalent généralement de 10 à 60 fois plus petit que le système originale.

Un modèle pour calculer les caractéristiques de la fréquence et la réponse transitoire d'un système de malt est présenté par A. D. Papalexopoulos [6]. La méthodologie peut être adaptée à n'importe quelle configuration de mise à la terre. L'auteur a utilisé une approche basée sur le concept d'une ligne de transport d'énergie et il a appliqué la méthode des éléments finis pour modéliser les différentes composantes des systèmes de malt. Les résultats obtenus montrent que les propriétés des systèmes de malt dépendent grandement de la fréquence du courant spécialement lors d'un régime transitoire.

Une approche pour calculer un modèle pour la basse et la haute fréquence ainsi que la performance transitoire d'un réseau des conducteurs de malt est présentée par Leonid Grecev [7]. Les résultats qui sont tout d'abord dérivés dans le domaine fréquentiel, sont par la suite convertis au domaine de temps par la transformée rapide de Fourier. Le système de malt est modélisé par un ensemble des minces segments des conducteurs et ce modèle est utilisé pour déterminer le champ électrique et la distribution du courant de terre. La limitation principale de ce modèle est le temps attribué à l'ordinateur pour exécuter l'analyse des larges et complexes systèmes de malt.

En régime permanent, une procédure basée sur la représentation d'une ligne de transport d'énergie par un nombre arbitraire des paramètres discrets en utilisant le

principe de superposition et la sommation des séries géométriques finies et infinies est développée par Lj. M. Popovic [8]. L'auteur présente une nouvelle méthode pour analyser et traiter la relation entre le courant et la tension dans différents points à travers la ligne de transport d'énergie ce qui ouvre la porte sur la possibilité de l'utilisation de cette méthode pour l'interprétation, l'analyse et l'explication des phénomènes de résonance sur les lignes de transport. Par la suite dans [9], il présente une procédure analytique pour l'étude des phénomènes de résonance sur les longues lignes de transport d'énergie ainsi que sur leur modèle mathématique et physique avec un nombre fini de discrétisation. La procédure pour la dérivation des outils mathématiques, est de tenir compte séparément de chaque phase du processus physique réel prenant place pour chaque nouvelle réflexion de tension ou onde de courant aux extrémités de la ligne jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint.

Une méthode théorique générale pour déterminer les propriétés électriques d'un système complexe de malt enfoui dans un sol hétérogène est ajustée et appliquée à un cas pratique et fréquent d'une fondation d'un système de mise à la terre entouré d'un sol à deux couches est développé par M. B. Kostic [10]. Cette méthode propose une simple approximation d'une formule qui sert à calculer la résistance de malt, elle paraît beaucoup plus efficace et précise que la seule méthode alternative[30], qui est fondée en 1981 et qui traite le même problème.

Lors d'un coup de foudre, la décharge des courants très forts donne naissance à des tensions transitoires très importantes à proximité des installations des systèmes de malt dans le sol. Karyakin [11], a calculé la distribution du courant dans le système de mise à la terre et le champ magnétique dans son voisinage et il a assumé que les charges électriques sur les électrodes de mise à la terre sont les seules sources du champ électrique. Ces simplifications négligent l'influence de la composante longitudinale du courant dans les systèmes de malt, cette composante est variable avec le temps, elle génère une composante additionnelle du champ électrique. Leonid Grecev [12] a

développé une méthode pour calculer la tension transitoire induite dans le voisinage du malt en tenant compte de la composante longitudinale du courant.

F. Dawalibi [13], a effectué une analyse paramétrique sur le comportement des systèmes de malt dans un sol à plusieurs couches. Plusieurs cas illustrants des situations pratiques comme un sol totalement ou partiellement gelé ont été examinés par l'auteur. La performance d'un système de malt peut être mesurée en termes de la résistance de mise à la terre, la tension de touche et de pas est très dépendante de la structure du sol. Parfois, les caractéristiques de la première couche du sol varient beaucoup même après que le système de malt est installé à cause que la résistivité du sol peut augmenter le double quand le sol gèle pendant l'hiver ou bien quand le sol est couvert par des pierres concassées ou du béton. La structure du sol joue un rôle très important sur la performance des systèmes de malt. Par la suite, J. Ma dans [14] a présenté un modèle théorique pour analyser les systèmes de mise à la terre qui se trouvent dans le voisinage ou à l'intérieur d'un sol hémisphérique et hétérogène. Les résultats numériques obtenus montrent l'influence de la forme et de l'hétérogénéité du sol sur le comportement des systèmes de malt. La difficulté est de calculer la distribution du courant dans le système de malt pour calculer par la suite la tension de touche et pas. L'auteur a subdivisé les conducteurs du système en segments très petits pour considérer l'écoulement du courant dans le sol comme uniforme le long du segment et ensuite par la méthode des moments, il a déterminé l'écoulement des courants dans tous les segments des conducteurs.

La performance transitoire d'un système de malt d'une sous-station suite à un coup de foudre ou des courants de court circuit très forts a été traitée par W. Xiong [15]. L'auteur a utilisé la méthode d'injection du courant pour calculer la réponse fréquentielle de la grille du système de malt. Un courant est injecté sur le centre d'une grille de forme carré et par la suite le même courant est injecté sur le coin de la grille. La réponse du système de malt au spectre de la fréquence de ce signal est calculée à l'aide d'un programme d'ordinateur. Une fois les réponses fréquentielles sont calculées, les

distributions spatiales et temporelles des champs magnétiques à l'intérieur et au voisinage de la sous-station sont obtenues à l'aide de la transformée inverse de Fourier de toutes les réponses. Les résultats indiquent que la performance de la mise à la terre dépend beaucoup de la fréquence du courant de foudre et de la place où il frappe.

Les champs magnétiques générés par un poste typique de distribution sont mesurés et calculés par W. K. Daily [16]. Dans le modèle utilisé, l'auteur a tenu compte de tous les courants dans le système de mise à la terre, les neutres, les artères de distribution, les conducteurs aériens et les structures des équipements. Les résultats de calcul et mesure montrent que le champ magnétique est influencé par les courants de terre ainsi que les courants induits dans les structures métalliques du système de malt.

P. J. Lagacé [17], a développé un modèle d'un sol à plusieurs couches horizontales avec des résistivités et des profondeurs différentes. Quand les paramètres du sol sont connus, la distribution de la résistivité apparente peut être calculée facilement et précisément en utilisant la théorie des images électrostatiques. Il montre comment les images électrostatiques peuvent être combinées pour augmenter la précision de la résistivité apparente et les facteurs sensibles comme le premier et le deuxième gradient du potentiel en tenant compte des paramètres du modèle utilisé. Ces facteurs seront par la suite utilisés dans l'interprétation des mesures de la résistivité prises en appliquant la méthode de Wenner ou Schlumberger.

Dans [18], Ljubivoje M. Popovic a présenté une méthode pour l'évaluation de la distribution du courant de défaut dans les stations électriques, les pylônes et les électrodes de mise à la terre. Cette méthode permet d'évaluer le courant de défaut maximal pouvant circuler dans le système de malt et de cette façon sélectionner les conducteurs qui peuvent supporter ce courant.

Beaucoup d'articles dans la mise à la terre ont été publiés jusqu'à maintenant. Ces travaux traitent la conception et le design des différents systèmes de malt et l'évaluation des paramètres des différents modèles du sol. Un travail effectué par F. Dawalibi [19], traite en détail la mise à la terre d'une ligne de transport d'énergie et présente des cas pratiques pour mesurer la résistance de malt dans un sol homogène et à deux couches. D'autre part l'auteur présente des méthodes pour calculer l'impédance de mise à la terre d'un contrepoids continu connecté à la structure de mise à la terre de chaque pylône dans un sol homogène.

En premier lieu, l'auteur considère que le contrepoids dans le sol est très court d'une façon que le gradient de la tension est négligeable le long de sa longueur. Pour les longs conducteurs de mise à la terre, il est nécessaire de tenir compte de la chute de tension le long du conducteur dans le calcul de son impédance. L'auteur a simulé le contrepoids comme un conducteur de conductivité idéale, composé de plusieurs sections de la même longueur dont chacune est liée à l'électrode de mise à la terre d'un pylône et tendue entre les milieux de deux portées adjacentes. D'autre part, il a considéré que la résistance propre de chaque section est nulle. Pour calculer l'impédance de malt du contrepoids, l'auteur a intégré un coefficient de correction dans la formule générale afin de tenir compte de la discontinuité du conducteur au milieu de chaque portée. Les résultats obtenus montrent que l'impédance de la mise à la terre du contrepoids diminue avec l'augmentation de sa longueur jusqu'à un point où l'impédance commence à monter. D'autre part l'efficacité d'un contrepoids augmente avec l'augmentation de la résistivité du sol.

Finalement, une méthode analytique pour déterminer la distribution du courant de défaut dans les sous-stations, les pylônes et les systèmes de malt en tenant compte l'effet du contrepoids lors d'un court circuit à proximité de la station est développée par Verma [20]. L'auteur détermine la résistance de terre du contrepoids dans un sol homogène et montre la contribution de ce dernier à réduire la résistance de malt du réseau électrique.



## **MÉTHODOLOGIE**

Ce travail est une contribution originale, il traite un problème réel et spécifique au scène de la mise à la terre d'une ligne de transport d'énergie qui appartient à Hydro-Québec. Cette ligne se trouve dans la région de Labrador, il relie une centrale électrique (Lac Robertson) à un poste de distribution (Latabatière).

La recherche bibliographique qui a été effectuée dans le cadre de ce sujet montre que beaucoup des travaux qui traitent les techniques de la mise à la terre des lignes de transport d'énergie ont été publiés dans les 10 dernières années.

Plusieurs auteurs ont été impliqués dans le traitement et la modélisation du sol homogène et à 2 couches horizontales, mais l'effet de l'eau de la mer, du contrepoids, et les électrodes de mer qui lient les grilles de mise à la terre à l'eau salée sur l'impédance des systèmes de malt dans un sol avec une résistivité très élevée et qui fait l'objet de ce sujet de recherche n'est pas encore traité.

La méthodologie utilisée pour résoudre le problème consiste tout d'abord à développer un modèle pour représenter l'installation électrique et la terre à deux couches. Après plusieurs simulations, un modèle d'un sol à deux couches horizontales de part et d'autre d'une frontière verticale entre la terre et la mer a été adapté afin qu'il soit possible d'appliquer la méthode des images de l'électromagnétisme. Ce modèle reflète au maximum la situation réelle de la région.

La méthode des images est utilisée pour calculer l'élévation de potentiel engendré par l'injection d'un courant électrique dans le sol. Elle tient compte des contributions

engendrées par la propagation du courant entre les frontières horizontales et verticales qui séparent les couches du sol les unes des autres. Les simulations et les courbes sont effectuées par MATLAB.

Les retombées industrielles de ce projet de recherche sont très importantes puisqu'il ouvre la porte de la recherche sur l'exploitation de la présence des utilités électriques à proximité de la mer qui contribue à diminuer la résistivité apparente du sol, la résistance des systèmes de malt, l'élévation de potentiel, les coûts associés à la protection de ces utilités et augmenter la marge de sécurité du personnel.

## **CHAPITRE 1**

### **INTRODUCTION À LA MISE À LA TERRE**

#### **1.1 Nécessité de la mise à la terre**

Les mises à la terre ont été introduites par Benjamin Franklin, célèbre inventeur des parafoudres. Un système de mise à la terre est constitué d'une tige enfouie dans le sol et reliée par un conducteur au neutre du circuit sur lequel différents équipements sont branchés. Elles jouent un rôle essentiel dans la protection des individus contre les accidents électriques et l'assurance du fonctionnement adéquat des installations électriques.

La nécessité de la mise à la terre se fait sentir d'une façon très aiguë avec l'augmentation de l'importance des systèmes d'alimentation, des tensions nominales et de la capacité des courts circuits. En cas de défaut, les systèmes non reliés à la terre produisent des surtensions plus importantes que ceux qui sont reliés; ce qui présente un grand avantage pour les systèmes reliés à la terre. Pour limiter les surtensions lors d'un défaut, une méthode consiste à mettre en série une résistance adéquate dans le circuit de terre comme il y a une autre méthode qui conduit à d'autre type de mise à la terre, soit par réactance soit direct.

En pratique, plusieurs éléments des centrales, des postes et des lignes de transport d'énergie doivent être mis à la terre. Cela assure un chemin de retour au courant en cas de défaut, une protection contre la foudre et les surtensions ainsi qu'une protection des individus contre les chocs électriques.

## 1.2 Élévation de potentiel

Lorsqu'un courant circule dans une impédance de mise à la terre, une élévation de potentiel se développe entre l'électrode de mise à la terre et une terre lointaine. La prise de terre d'un poste prend la forme d'un réseau maillé. Lors d'un défaut, l'environnement de poste subit un gradient de potentiel dont la forme et l'amplitude dépendent de la résistivité du sol, du courant injecté, de la géométrie du poste, de la présence d'objets métalliques tels que, clôture, aqueduc, pylône, prise de terre multiple des circuits de distribution et de l'humidité du sol. La zone d'influence d'un poste varie aussi selon la ligne en défaut à cause d'une concentration de courant dans le sol le long de ce circuit. Cette zone s'étend jusqu'à une ligne équipotentielle jugée acceptable pour la sécurité de public.

L'élévation de potentiel est un critère très important qui permet le choix optimal des appareils de protection, des câbles de communication reliés au poste, lesquels pourraient subir la totalité de la montée de potentiel. La précision de la valeur de l'impédance de malt oriente d'une façon déterminante la limite de l'élévation de potentiel permise.

## 1.3 Le courant électrique et le corps humain

La résistance minimale du corps humain, utilisée dans l'évaluation du courant lors d'un accident industriel serait fixée à environ 500  $\Omega$  tandis que la résistance entre les mains d'un travailleur se situe à environ 1500  $\Omega$ . Une valeur moyenne de 1000  $\Omega$  est généralement utilisée [21]. Si la durée du passage du courant à travers le corps humain est très courte, les courants plus élevés pourraient être tolérés sans causer une fibrillation ventriculaire. La durée pendant laquelle un courant entre 50 et 60 Hertz peut être toléré par un corps humain est reliée à son intensité selon l'équation suivante :

$$(I_c)^2 t = (K)^{1/2} \quad (1.1)$$

où :

$I_c$  est l'intensité efficace du courant traversant le corps humain

$t$  est la durée d'écoulement du courant en secondes, ( $0.03 \leq t \leq 3.0$ )

$K$  est la constante empirique reliée à une énergie de choc tolérée par  $x$  % d'une population donnée.  $K(x = 99.5\%, 50 \text{ kg}) = 0.0135$ .

Une étude statistique [22] des réactions aux différents niveaux de courant à fréquence industrielle montre que 50% des femmes perçoivent un courant de 0.7 mA tandis que 50% des hommes perçoivent un courant de 1.1 mA. De plus, l'étude fixe à 6 mA pour une femme et à 9 mA pour un homme le maximum de courant que 99.5% des personnes pesant approximativement 50 kg (110 livres) peuvent endurer tout en étant capable de lâcher l'électrode. 50% des personnes peuvent encore lâcher l'électrode lorsque les courants sont respectivement de 10.5 mA et de 16 mA, mais lorsque le courant dépasse les 16 mA, par exemple, pour un courant de 18 mA la contraction des muscles du thorax peut empêcher la respiration.

L'équation empirique du courant maximal à 60 Hz pouvant circuler sans danger dans 99.5% des personnes d'un poids moyen de 50 kg est la suivante :

$$I_c = \frac{0.116}{\sqrt{t}} \quad (1.2)$$

#### 1.4 Tension de contact et de pas

Le fait de toucher un objet mis à la terre dans un poste ou à proximité au moment où se produit un défaut électrique à la terre sur le réseau, pourrait constituer un risque de choc électrique. En général, la probabilité de l'occurrence d'un choc électrique dépend de plusieurs facteurs dont le nombre de postes, la fréquence et la durée du défaut à la terre et la durée des contacts qui dépendent de la densité de la population constituent les plus importants à être considérés. Dans le cas où cette probabilité serait combinée avec

la probabilité que la tension de contact soit dangereuse, le risque total d'électrocution est obtenu. À cause de la difficulté d'éviter dans tous les cas la présence de tensions dangereuses, d'importantes différences existent entre les règles nationales du fait des différentes philosophies de la sécurité et des diverses conditions de mise à la terre. Ce sont ces dernières conditions qui peuvent permettre de décider si le risque total de choc électrique dangereux devrait être négligeable.

Les tensions de transfert sur des structures métalliques devraient être regardées comme des tensions de contact et il faudrait même considérer les conditions transitoires qui apparaissent pendant les travaux de réparation dans un poste.

Le risque d'accident lié à un choc électrique est en liaison directe avec le courant qui traverse le corps et non la tension de contact à vide. C'est à cause de ça que la résistance du corps humain, la surface de l'électrode de terre utilisée pour la mesure et le poids qui lui est appliqué sont tous des facteurs importants.

Une résistance de charge ou du corps humain plus élevée contribue directement à augmenter la tension de contact. Une valeur de résistance de  $1000\ \Omega$  constitue une bonne approximation pour la résistance moyenne du corps et correspond à des limites égales pour la tension de contact à charge en volts et le courant à travers le corps humain en milliampères.

La tension de contact à vide peut être beaucoup plus grande que celle en charge quand la résistance de contact est élevée du fait d'une valeur élevée de la résistivité du sol. Cependant, la tension limite est définie à vide et la résistance du contact à la tenue réduira la tension réelle en charge.

L'utilisation de la valeur du courant tolérable par le corps humain établie par l'équation (1.2) et les constantes appropriées du circuit, les différences de potentiel

tolérables entre différents points de contact peuvent être déterminées. La figure 1.1 illustre le circuit de contact des pieds avec le sol afin de calculer la tension de pas tolérée, la différence de potentiel appliquée au corps humaine est limitée à la valeur maximale entre deux points à la surface du sol séparés par une distance de 1m.

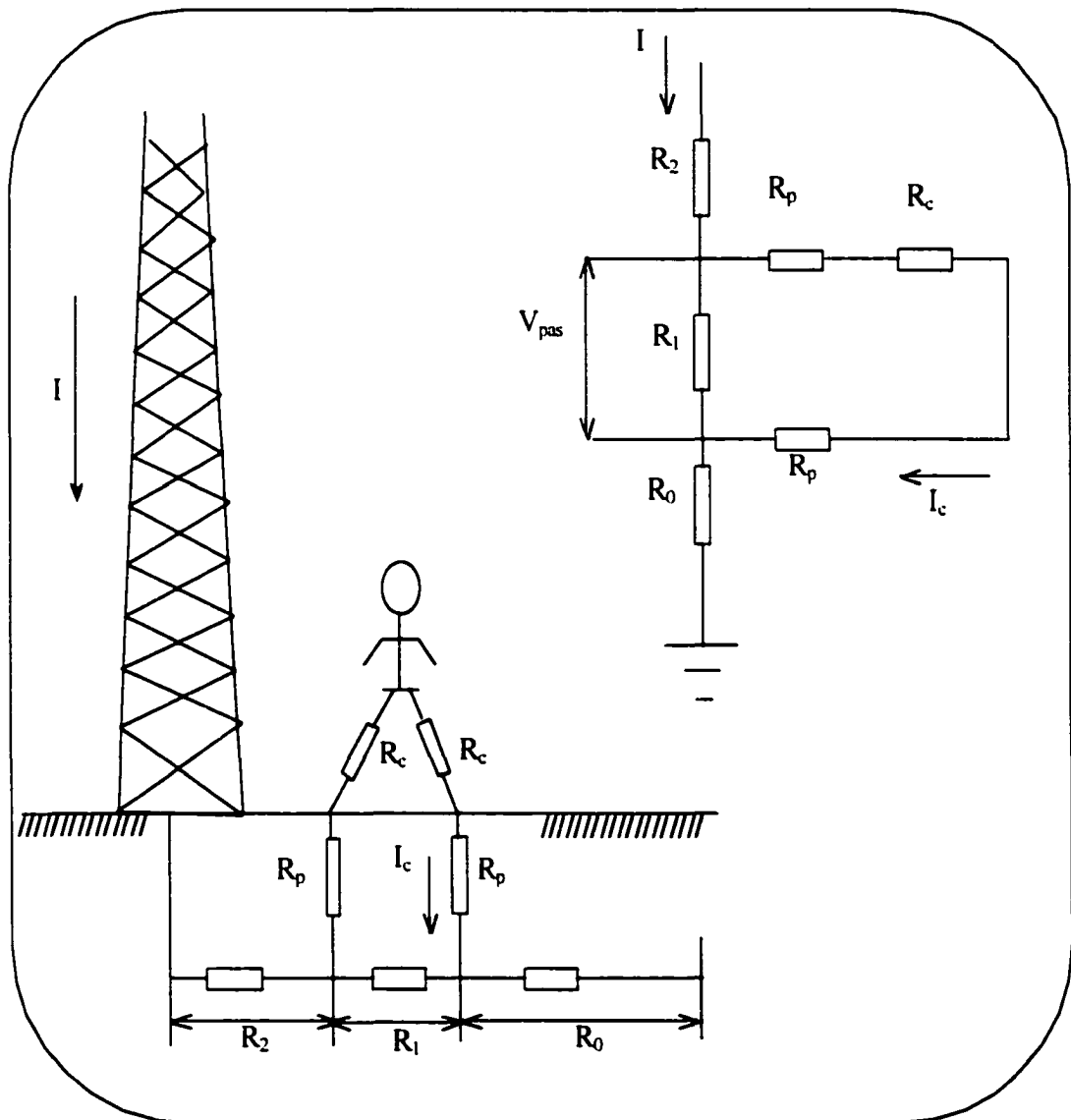


Figure 1.1 La tension de pas

Les constantes de circuit incluent la résistance de l'électrode de mise à la terre sur la figure 1.1 ( $R_1 + R_2 + R_0$ ), la résistance de pas  $R_p$  et la résistance du corps  $R_c$ . D'une façon générale, la résistance de contact des pieds avec le sol est représentée par deux petites prises de terre qui sont assimilées à une électrode hémisphérique de rayon  $r$ . La résistance  $R_p$  est représentée comme par l'équation suivante :

$$R_p = \frac{\rho_s}{2\pi r} = 3\rho_s \quad (1.3)$$

$\rho_s$  représente la résistivité du sol près de la surface, habituellement c'est de la pierre concassée dont la résistivité est de l'ordre de  $3000 \Omega \cdot m$ .

Supposant que le corps humain constitue la trajectoire du courant soit d'une main à des pieds, la résistance du corps  $R_c$  d'après la référence [21] est représentée par une valeur qui est égale à  $1000 \Omega$ . En suite la tension de pas est déterminée comme suit :

$$V_{pas} = (R_c + 2R_p)I_c = (1000 + 6\rho_s) \frac{0.116}{\sqrt{t}} = \frac{116 + 0.7\rho_s}{\sqrt{t}} \quad (1.4)$$

$V_{pas}$  est la tension tolérable entre deux points du sol qui peuvent être touchés simultanément par les deux pieds d'un être humain.

Un autre critère très important qu'il faut déterminer c'est la tension de touche qui représente la différence de potentiel entre un point à la surface du sol où une personne peut être debout et un autre point de contact avec l'objet chargé. La distance conventionnelle est de 1 m entre l'objet touché et le point centrale entre les pieds. Les pieds sont distancés de 0.5 m entre eux et placés sur un axe perpendiculaire à une droite reliant le point central à l'objet touché. La figure 1.2 illustre le phénomène de la tension de touche :



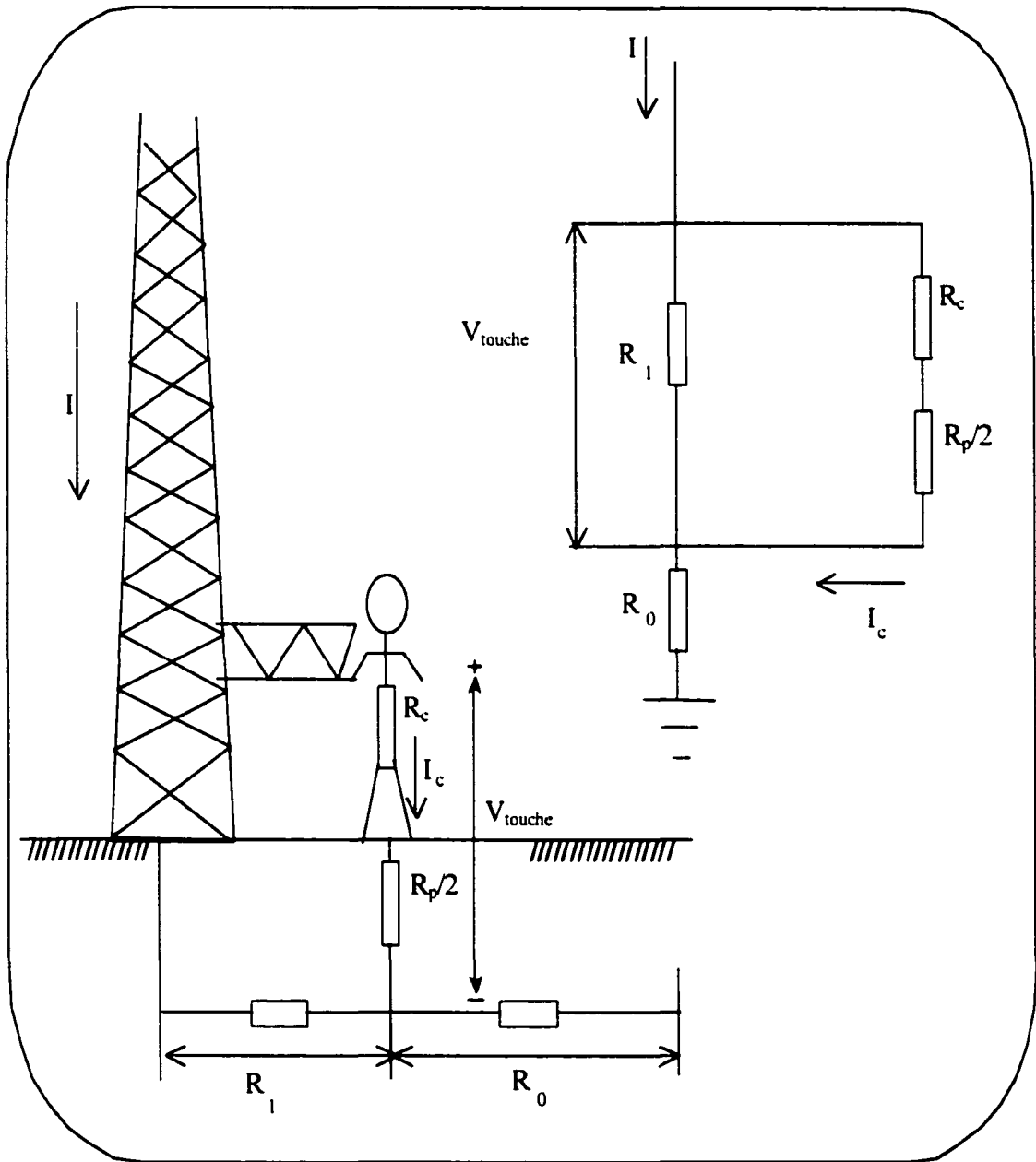


Figure 1.2 La tension de touche

La tension de touche est déterminée par l'équation suivante :

$$V_{\text{touche}} = \left( R_c + \frac{R_p}{2} \right) I_c = (1000 + 1.5\rho_s) \frac{0.116}{\sqrt{t}} = \frac{116 + 0.17\rho_s}{\sqrt{t}} \quad (1.5)$$

## 1.5 Éléments d'une mise à la terre

Une prise de terre entièrement enfouie dans le sol d'une façon à avoir un contact privilégié avec celui-ci et un conducteur de terre constituent une installation de mise à la terre (malt). Le conducteur relie la pièce métallique ou le neutre de l'équipement électrique à la prise de terre. Afin de vérifier l'état des prises de terre le conducteur de terre est muni d'une borne de terre ce qui permet de séparer le matériel de la malt.

Une prise de terre est habituellement composée d'une ou de plusieurs électrodes verticales ou horizontales telles que des tiges métalliques. La forme de la prise de terre est normalement commandée par l'emplacement physique des appareils et des structures métalliques à mettre à la terre, par exemple la prise de terre d'un poste de transformation ou de distribution est généralement constituée d'un réseau maillé de conducteur enfoui dans le sol et forme le treillis du poste.

La mise à la terre d'une ligne de transport d'énergie est constituée des structures des pylônes en contact direct avec le sol. Souvent un conducteur horizontal est ajouté entre les pylônes, il est enfoui à une faible profondeur et relie les pylônes entre eux à une grande distance. Ce conducteur est appelé contrepoids. La protection contre la foudre est assumée par un conducteur appelé fil de garde reliant les sommets des pylônes les uns aux autres et mis à la terre sur chaque pylône. Lorsque la résistivité du sol est très élevée des conducteurs enroulés aux pieds des structures peuvent être ajoutés afin de diminuer l'impédance de malt et faciliter l'écoulement du courant dans le sol. Les objets métalliques comme les canalisations d'eau peuvent servir d'électrodes additionnelles.

La protection des électrodes de terre contre la corrosion est assurée par une couche de Zinc recouvrant l'électrode fabriquée en cuivre ou en acier. L'aluminium n'est pas utilisé dans la fabrication d'électrodes à cause de l'oxydation de sa surface ce qui fait détériorer sa conductivité.

## 1.6 Mise à la terre des pylônes

Les pylônes des lignes de transport d'énergie sont reliés à des prises de terre conçues avec grande précaution afin de leur assurer une faible résistance [23]. Effectivement, il ne faut pas que la chute de tension dans la prise de terre provoquée par un courant de foudre qui frappe le pylône dépasse la tension de contournement des isolateurs, sinon les trois phases de la ligne se mettent en court-circuit entre elles et à la terre. Le courant de court-circuit résultant entraîne l'ouverture du disjoncteur de protection et la mise hors service de la ligne.

Ce travail de recherche traite un problème de mise à la terre d'une ligne de transport d'énergie à 69 kV. La mise à la terre de cette ligne consiste seulement en structures en béton des pylônes, elle n'est pas munie d'un fil de garde ou d'un contrepoids enfoui dans le sol et reliant les pylônes. La résistance de malt de quelques pylônes a été mesurée par un groupe technique d'Hydro-Québec comme c'est montré plus tard dans les chapitres suivants. Pour introduire le problème qui peut être causé par la résistance des prises de terre des pylônes lorsque la valeur de cette résistance est élevée et permettre au lecteur d'avoir une idée sur la valeur de cette résistance, l'exemple suivant est considéré :

Une ligne de transport d'énergie triphasée à 69 kV dont les isolateurs ont une tension de tenue à l'onde de choc de 350 kV. Supposons que la résistance de chacune des prises de terre des pylônes est de  $25 \Omega$ . En régime normal, aucun courant ne circule dans les prises de terre et la tension entre les conducteurs de la ligne et le sol est déterminée comme suit :  $(69 \text{ kV} / 1.73) = 40 \text{ kV}$ .

Le courant de foudre peut varier entre 10 et 100 kA, supposons qu'une foudre frappe l'un des pylônes en libérant un courant de 20 kA tel-qu'illustré à la figure 1.3 :

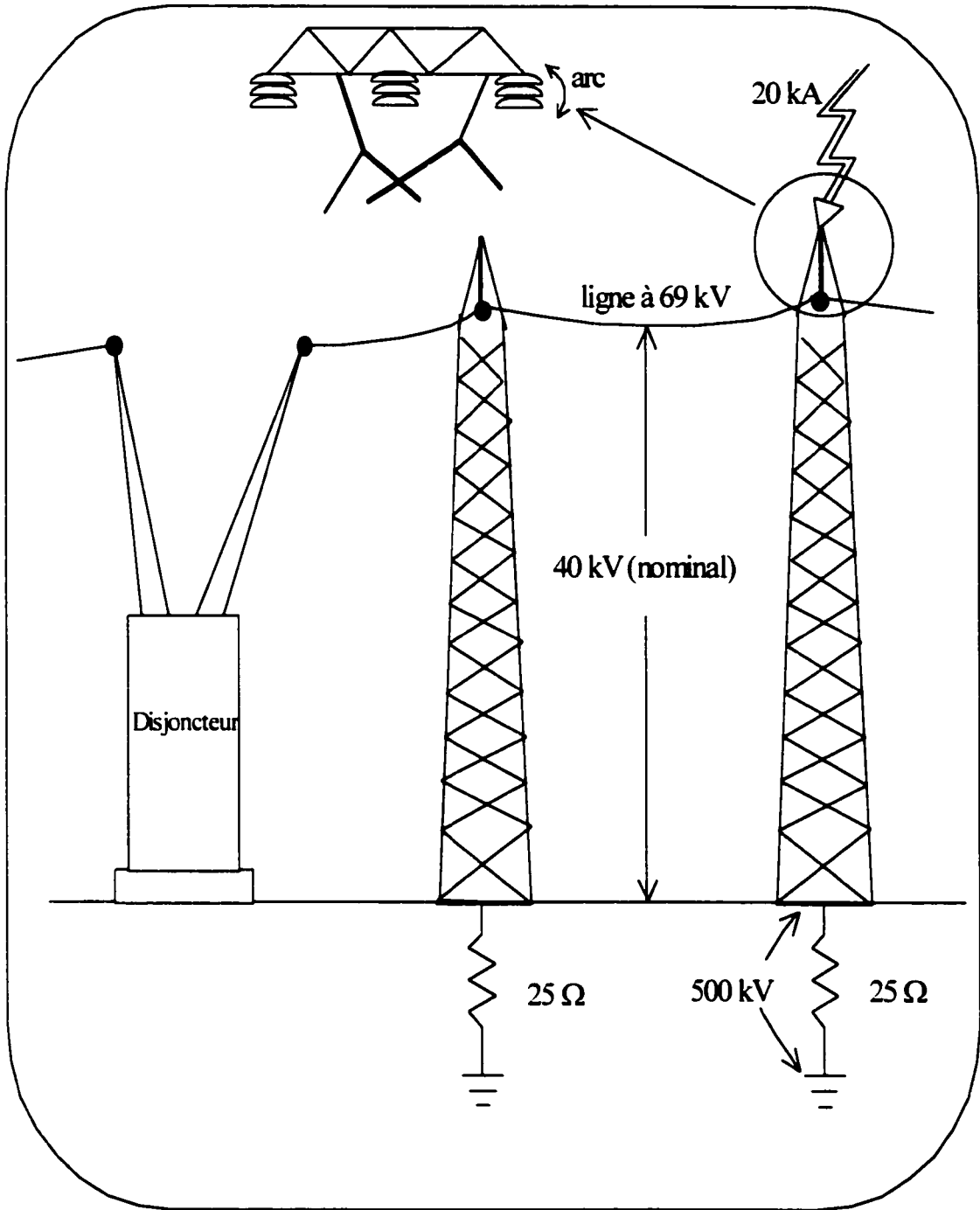


Figure 1.3 Coup de foudre sur un pylône

Lorsque la foudre frappe le pylône tel-qu'illustré à la figure 1.3, un courant de foudre d'intensité 20 kA circule dans la prise de terre ce qui va provoquer une chute de tension dans cette dernière qui est égale au produit du courant de foudre par la résistance de la prise de terre :

$$V = 20\,000\text{ A} * 25\,\Omega = 500\text{ kV}$$

Cette tension s'additionne à la tension nominale de 40 kV ce qui va donner momentanément naissance à une tension des conducteurs par rapport au sol qui est égale à  $500\text{ kV} + 40\text{ kV} = 540\text{ kV}$ . Cette tension est supérieure à la tension de tenue à l'onde de choc des isolateurs, un arc de contournement s'allume entre les bornes des chaînes d'isolateurs comme c'est montré à la figure 1.3. Cela mettrait les trois phases en court-circuit entre elles et l'ouverture du disjoncteur de protection sera inévitable pour mettre hors service la ligne de transport d'énergie.

Vu le grand nombre d'abonnés affectés par les interruptions du courant électrique sur une ligne de transport et les pertes matérielles causées par ces coupures du courant, il est préférable de tendre à diminuer ces interruptions autant que possible en assurant une faible résistance aux prises de terre des pylônes.

L'importance de concevoir les prises de terre des pylônes avec une faible résistance est illustrée par cet exemple. La valeur de cette résistance peut atteindre maximum  $15\,\Omega$  sans provoquer le contournement des chaînes d'isolateurs et celle là pour un coup de foudre d'intensité de courant ne dépassant pas le 20 kA.

Remarquer que des courants de foudre d'une intensité de 20 kA sont relativement fréquents, même s'ils ne durent que quelques microsecondes mais il faut tenir compte des foudres d'intensités beaucoup plus élevées que 20 kA ce qui veut dire que la résistance des prises de terre doit être le plus faible que possible.

## 1.7 Conductivité thermique électrique du sol

### 1.7.1 Structure du globe terrestre

Un noyau liquide en ébullition entouré de quatre couches concentriques solides constituent le globe terrestre. Le noyau est situé au centre du globe, entouré de la première couche qui est composée de particules refroidies du noyau, par la suite la deuxième couche appelée le manteau, la troisième couche ou la couche extérieure du manteau et la quatrième couche appelée l'écorce terrestre. Figure 1.4 illustre une vue du globe terrestre :

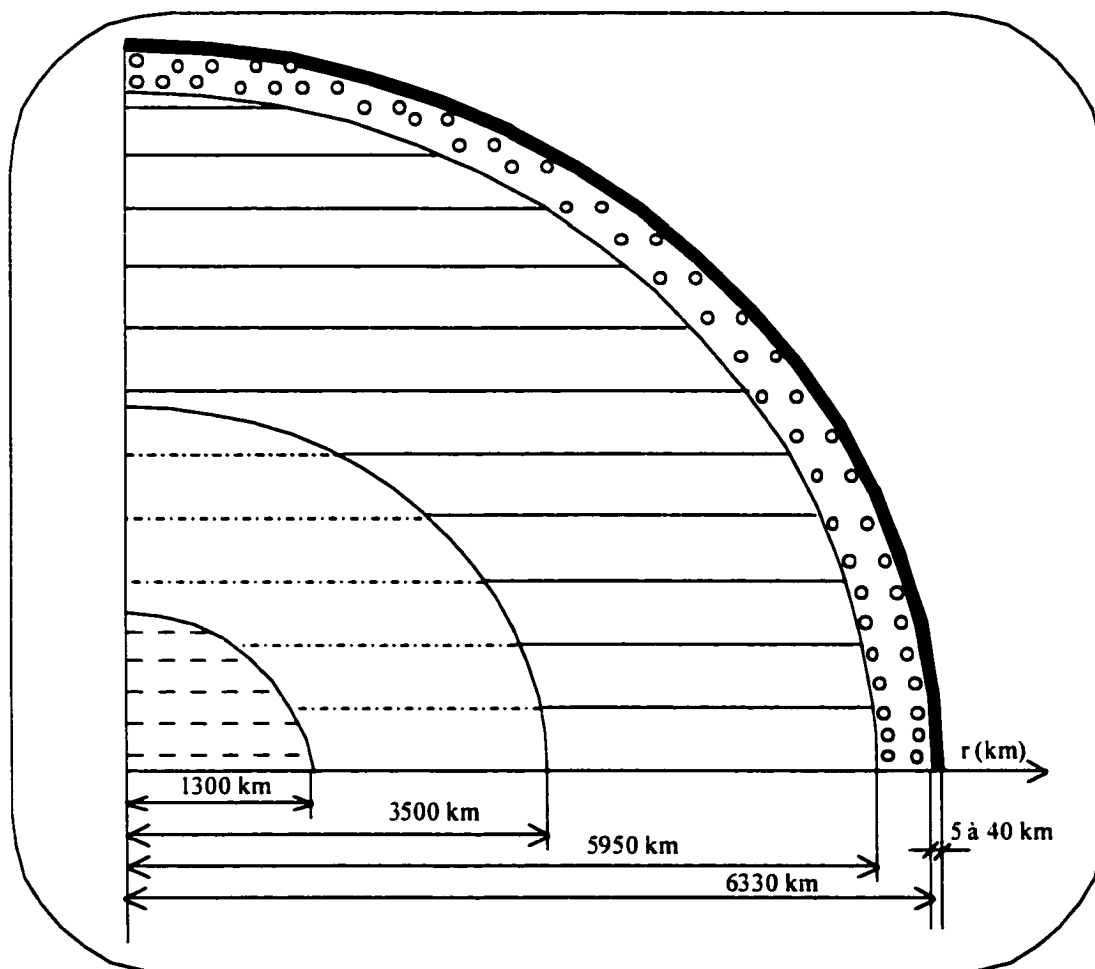


Figure 1.4 Section angulaire du globe terrestre

Le noyau possède un rayon moyen de 1300 km, il est constitué de métaux lourds en liquide et de résistivité se situant entre  $10^{-4}$  et  $10^{-3} \Omega.m$ . La couche extérieure du noyau s'étend de 1300 à 3500 km du centre de la terre, elle est constituée de différents métaux à l'état solide et sa résistivité est d'environ  $10^{-3} \Omega.m$ . Le manteau s'étend de 3500 à 5950 km du centre de la terre. Il est formé de diverses roches et sa résistivité varie de  $10^3$  à  $10^4 \Omega.m$ . La partie extérieure du manteau est d'épaisseur d'environ 380 km. Elle est composée des roches de résistivité de l'ordre de  $10^6 \Omega.m$ . L'écorce terrestre est d'épaisseur variant de 5 à 40 km. Elle est constituée de diverses roches dont la résistivité varie sur un large éventail de  $10^{-1}$  jusqu'à  $10^8 \Omega.m$ .

### **1.7.2 Résistivité du sol**

La résistivité du sol est la résistance spécifique du sol, elle dépend de plusieurs facteurs qui influencent la formation d'électrolytes [28, 29]. Les facteurs principaux sont :

- 1) Le type du sol
- 2) La dimension des grains
- 3) La température: une augmentation de la température du sol permet à un électrolyte de mieux se dissocier ce qui fait réduire la résistivité du sol. Par contre, une augmentation de la température à  $100^{\circ}C$  cause l'évaporation de l'eau du sol et ainsi une augmentation de la résistivité. Lorsque la température tombe au-dessous de  $0^{\circ}C$  comme le cas des régions froides, la conductivité de l'électrolyte diminue et ainsi un accroissement rapide de la résistivité se produit.
- 4) La porosité

- 5) Le pourcentage d'eau contenu dans le sol
- 6) Le pourcentage de sels solubles
- 7) Le pourcentage d'acide et de bases

La résistivité de divers types de sol est illustrée au tableau 1.1 :

Tableau 1.1

La résistivité de divers types de sol

Type de sol	Résistivité $\rho$ ( $\Omega.m$ )	
	Plage	Valeur moyenne
Argile, sol tourbeux, sol organique, sol végétal, humus, sol marécageux	2 à 200	40
Argile sablonneuse, argile poussiéreuse, sol blanc, marne sablonneuse	30 à 260	100
Sable argileux et poussiéreux, sol blanc composé d'argile sablonneuse	50 à 600	200
Sable, gravier, sol blanc composé de sable et de gravier	50 à 3000	400
Sable et gravier sec au-dessous de 3 m de profondeur	50 à 50 000	1000
Sol pierreux	100 à 8000	2000
Sol rocheux	1000 à 20 000	10 000



### 1.7.3 Conduction du courant électrique dans le sol

Le courant de conduction dans le sol est un déplacement des charges électriques sous l'effet d'un champ électrique appliqué [29], ce mécanisme dépend de la structure physique et chimique du globe terrestre.

Sous l'action d'un courant électrique, tout corps qui à l'état soluble peut se dissocier en anions et cations est appelé électrolyte. La présence d'eau dans un milieu est une condition essentielle à la conduction électrolytique. La combinaison des sels, des acides et des bases avec l'eau comme par exemple dans les océans et dans les couches de sol humide forment des solutions conductrices. On distingue deux types de conduction dans le sol :

- a) La conduction électrolytique, sous l'effet du champ électrique et du courant, les électrolytes sont soumis à l'électrolyse, autrement dit, ils sont décomposés en anions et cations. les charges négatives sont appelées anions ou ions négatifs, ils se dirigent vers l'anode et les charges positives sont appelées cations ou ions positifs, ils se dirigent vers la cathode. Les ions qui atteignent les électrodes se départissent de leur charge, ils se déposent sur ces électrodes ou réagissent chimiquement avec elles. Le déplacement des ions engendre le passage du courant électrique, leur vitesse de déplacement est proportionnelle à l'intensité du champ électrique. Le nombre des particules dissociées ou le nombre des ions varie avec la température, par exemple pour une augmentation de 1° C, le nombre d'ions libérés augmente et la résistivité de l'électrolyte diminue d'environ 2%. Ainsi, le courant électrique augmente avec l'augmentation du champ électrique ou de la température.

- b) La conduction électronique, elle est assurée par la présence des électrons libres qui sont caractérisés par une grande mobilité et se trouvent sur l'orbite externe de l'atome. Ce type de conduction est rencontré dans les milieux du globe où il y a une concentration des minerais et dépend de l'intensité du champ électrique. En général, les électrons libres sont rares dans les couches extérieures du globe mais quand même une faible conduction est toujours possible à cause de la grande superficie du milieu.

Un autre phénomène qui mérite quelques explications est la décharge électrique. Lorsque l'intensité du champ électrique atteint une valeur critique de 1 à 3 kV/cm, il peut y avoir une formation de décharges électriques dans la partie gazeuse du sol sous forme d'étincelles ou d'arcs électriques selon l'intensité du champ.

#### 1.7.4 Propriétés thermiques du sol

Le courant électrique qui circule dans le sol produit un transfert d'énergie par effet Joule sous forme de chaleur ce qui entraîne une augmentation de la température du milieu [29]. La puissance dissipée dans le sol par unité de volume est représentée comme suit :

$$P = E.J = \rho J^2 = \frac{E^2}{\rho} \left( \frac{W}{m^3} \right) \quad (1.6)$$

où :

$E$  (V/m) est le champ électrique dans le sol

$J$  (A/m<sup>2</sup>) est la densité du courant.

$\rho$  (Ω.m) est la résistivité du sol

Les caractéristiques spécifiques d'un type de sol qui influencent particulièrement le calcul des mises à la terre sont les suivants :

- a) La chaleur spécifique  $\gamma$  ( $\text{J}/(\text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C})$ ) du sol, c'est la quantité de chaleur nécessaire pour augmenter de  $1^\circ\text{C}$  un volume de  $1\text{m}^3$  de sol.

Cette caractéristique influence d'une façon déterminante la température des prises de terre et du sol environnant lors du passage d'un courant de court-circuit.

La valeur de la chaleur spécifique du sol dépend du type du sol et de son contenu d'eau. Le tableau 1.2 présente quelques valeurs.

Tableau 1.2

Chaleur spécifique

Type du sol	Chaleur spécifique $\gamma$ ( $10^6 \text{ J}/\text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ )		
	Sol sec	Sol saturé d'eau à 50%	Sol saturé d'eau à 100%
Sablonneux	1.26	2.13	3.00
Argileux	1.00	2.22	3.43
Humus	0.63	2.16	3.77

La chaleur spécifique du sol est habituellement déterminée à l'aide des essais effectués sur des échantillons de sol prélevés à l'emplacement prévue pour l'implantation.

- b) La conductivité thermique du sol est la quantité d'énergie thermique transportée pendant une seconde sur une distance d'un mètre pour une

différence de température égale à 1° C. Elle dépend du type de sol, elle augmente avec l'humidité relative dans le sol.

Le tableau 1.3 présente quelques exemples de la conductivité thermique de divers types du sol.

Tableau 1.3

Conductivité thermique

Type du sol	Conductivité thermique (W/m . °C)	
	Sol sec	Sol saturé d'eau à 100%
Gravier avec sable et limon	0.55	2.55
Sable avec limon et argile	0.43	1.90
Argile avec sable	0.42	1.95
Marne avec sable	0.37	0.88
Marne avec sable très fin	0.33	2.30
Sable	0.27	1.65
Terre noire	0.18	1.13
Terre volcanique	0.13	0.62
Air	0.025 0.23 0.606 2.22	
Neige battue		
Eau		
Glace		

Roches	2-9
--------	-----

### 1.7.5 Chauffage du sol

Le transfert de chaleur se produit selon les modes suivants :

- a) La conduction, c'est un transfert d'énergie thermique résultant du transfert d'énergie cinétique des particules (atomes, électrons, molécules et ions).
- b) La convection, c'est le transfert de chaleur résultant de l'écoulement d'un fluide.

La chaleur dégagée par le passage du courant électrique dans le sol par unité de volume est selon la loi de Joules :

$$\frac{q}{v} = J^2 \rho t \quad (1.7)$$

où :

q est l'énergie thermique dégagée (J)

v est le volume du sol (m<sup>3</sup>)

t est le temps d'écoulement (sec)

L'énergie dégagée q peut atteindre de grandes valeurs si la résistivité du sol ou la densité du courant sont grandes. La chaleur dégagée est en partie emmagasinée dans le sol et cause une augmentation de la température du milieu tandis-que la chaleur non-emmagasinée se diffuse dans le sol vers les lieux où la température est plus basse. Ainsi, la quantité de chaleur emmagasinée dépend de la chaleur spécifique du sol et la chaleur conduite dépend de la conductivité thermique.

Pour déterminer et montrer le processus thermique dans le sol, le cas d'une prise de terre de forme sphérique enfoncée très profondément est analysé. Cette prise de terre est entourée d'un sol de résistivité  $\rho$  et disperse un courant  $I$  tel-qu'illustré à la figure 1.5.

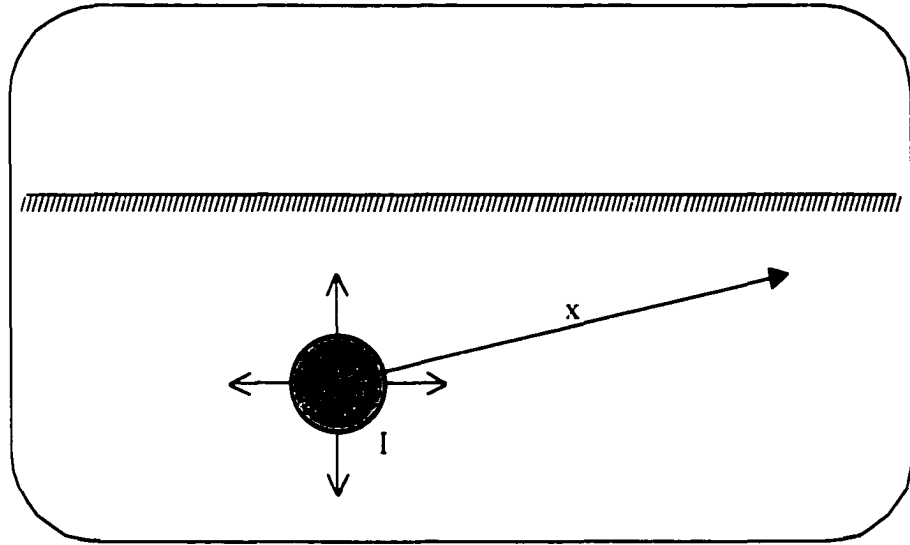


Figure 1.5 Prise de terre sphérique dans le sol

La densité du courant dans le sol à une distance  $x$  du centre de la sphère est déterminée comme suit :

$$J = \frac{I}{4\pi x^2} \quad (1.8)$$

La chaleur dégagée est la somme de la chaleur emmagasinée et la chaleur conduite. L'équation différentielle du bilan thermique est donnée comme suit [29]:

$$J^2 \rho dt = \gamma d\theta - \frac{\Lambda}{x} \frac{d^2(x\theta)}{dx^2} dt \quad (1.9)$$

où :  $\theta$  est la température

$\Lambda$  est la conductivité thermique

Pour une prise de terre de forme sphérique, cette équation devient :

$$\rho \left( \frac{I}{4\pi x^2} \right)^2 = \gamma \frac{d\theta}{dt} - \frac{\Lambda}{x} \frac{d^2(x\theta)}{dx^2} \quad (1.10)$$

L'équation (1.10) n'a pas de solution générale lorsque la densité du courant  $J$  varie avec la distance  $x$  du centre de la sphère. Néanmoins, cette équation est utilisée dans le calcul de deux cas pratiques :

- a) Circulation d'un courant à la terre pendant une longue durée, l'hypothèse d'une température constante peut être posée car le dégagement de chaleur est de longue durée aussi, d'où :

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \quad (1.11)$$

Réévaluant l'équation (1.10) :

$$\Lambda \frac{d^2(x\theta)}{dx^2} + \frac{\rho}{x^3} \frac{I^2}{(4\pi)^2} = 0 \quad (1.12)$$

La solution de cette équation est obtenue comme suit :

$$\theta = \frac{\rho}{\Lambda x} \left( \frac{I}{4\pi} \right)^2 \frac{(2x - r)}{2xr} \quad (1.13)$$

où :  $r$  est le rayon de la sphère

La température maximale du sol est à la surface de la prise de terre, cette température est déterminée en posant  $r = x$  dans l'équation (1.13) :

$$\theta_r = \frac{\rho}{2\Lambda} \left( \frac{I}{2\pi r} \right)^2 \quad (1.14)$$

Cette température dépend des propriétés caractéristiques  $\Lambda$  et  $\rho$  du sol, du carré du courant dissipé et de la géométrie de la prise de terre. Afin d'éviter l'assèchement la température du sol en contact avec la prise de terre ne doit pas dépasser  $100^\circ \text{C}$ .

L'accroissement admissible de température  $\Delta\theta$  est donné par :

$$\Delta\theta = \theta_m - \theta_i \quad (1.15)$$

où :

$$\theta_m = 100^\circ \text{C}$$

$\theta_m$  est la température initiale du sol.

La figure 1.6 illustre la variation de la température du sol en fonction de la distance  $x$  mesurée à partir du centre de la prise de terre :

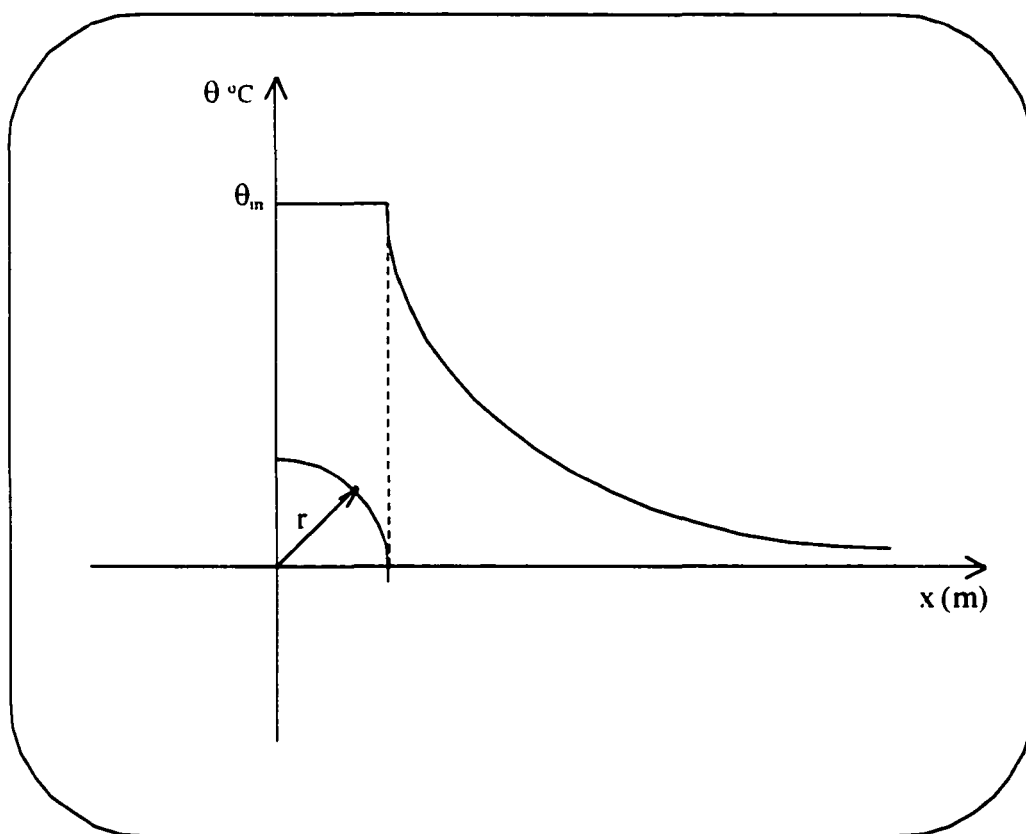


Figure 1.6 Distribution de la température autour d'une prise de terre sphérique enfouie profondément dans le sol

L'équation (1.14) est utilisée pour déterminer le courant admissible dissipé par la prise de terre de forme sphérique :

$$I = 4\pi r \sqrt{\frac{2\Lambda \Delta\theta}{\rho}} \quad (1.16)$$

La résistance de terre d'une prise de terre de forme sphérique est déterminée comme suit :



$$R = \frac{\rho}{4\pi r} \quad (1.17)$$

L'expression du courant admissible devient :

$$I = \frac{1}{R} \sqrt{2\rho \Delta\theta} \quad (1.18)$$

La chute admissible de tension sur la prise de terre lors d'une longue période de chauffage est déterminée comme suit :

$$V = RI = \sqrt{2\rho \Delta\theta} \quad (1.19)$$

La densité du courant admissible à la surface de la prise de terre devient :

$$J = \frac{I}{4\pi r^2} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2\rho \Delta\theta}{\rho}} \quad (1.20)$$

- b) Circulation d'un courant à la terre pendant une courte durée (courant de court-circuit)

Lorsque l'échauffement du sol est de courte durée, l'hypothèse que toute la chaleur dégagée contribue à augmenter la température peut être posée. Le deuxième terme de l'équation (1.9) qui détermine la chaleur conduite peut être annulé. L'équation différentielle du bilan thermique est réduite à :

$$\frac{d\theta}{dt} = J^2 \frac{\rho}{\gamma} \quad (1.21)$$

Dans le cas où la résistivité et la chaleur spécifique du sol sont constantes, l'augmentation de température sera proportionnelle au carré de la densité de courant. La densité de courant admissible dans ce cas sera :

$$J = \sqrt{\frac{\gamma \Delta\theta}{\rho t}} \quad (1.22)$$

Où : t est la période de temps de chauffage

L'équation (1.22) est valable pour déterminer la densité de courant admissible pour toutes les formes géométrique des prises de terre et la profondeur d'enfouissement n'a pas d'importance à condition d'être complètement en contact avec le sol. Par exemple pour  $\Delta\theta = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $\gamma = 10^6\text{ J}/(\text{m}^3 \cdot ^{\circ}\text{C})$ ,  $\rho = 100\text{ }\Omega\cdot\text{m}$  et pour un temps de 0.5 seconde, la limite admissible de la densité du courant serait :  $J = 1095\text{ A}/\text{m}^2$ .

La figure 1.7 représente l'augmentation de la température en fonction du temps :

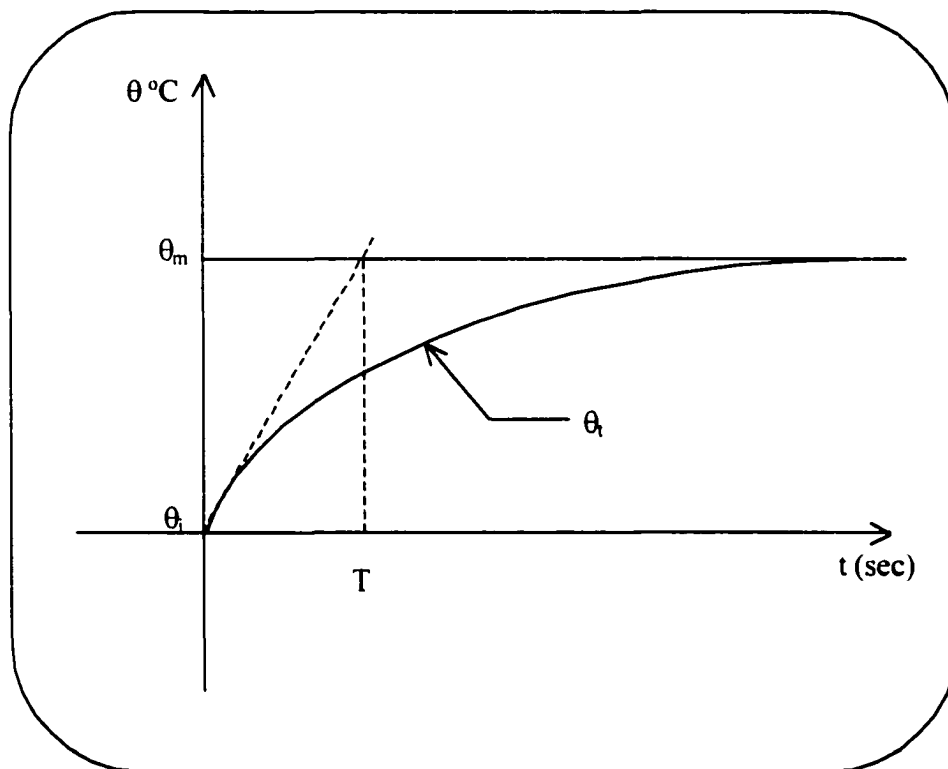


Figure 1.7 Augmentation de la température en fonction du temps

La courbe de la figure 1.7 peut être décrite mathématiquement par l'équation suivante :

$$\theta_t = \theta_i + \Delta\theta \left(1 - e^{-\frac{kt}{T}}\right) \quad (1.23)$$

Où :

$k$  est le facteur d'amortissement

$T$  est la constante de temps

Le calcul de la température  $\theta_t$  du sol à chaque instant est simplifié par l'introduction de la notion de constante de temps  $T$ . Cette constante est définie comme étant le temps hypothétique nécessaire pour que la température passe de sa valeur initiale à sa valeur quasi finale, si la vitesse d'accroissement de la température était constante et la même qu'au début du chauffage. Dans ces conditions, toute la chaleur dégagée servirait à réchauffer localement le sol, donc qu'il n'y aurait pas de chaleur conduite.

Les équations (1.7) et (1.9) permettent d'écrire :

$$\frac{q}{v} = J^2 \rho T = \gamma \Delta\theta \quad (1.24)$$

L'écart de la température admissible est déterminé de l'équation (1.19) :

$$\Delta\theta = \frac{V^2}{2\rho\Lambda} \quad (1.25)$$

A partir des équations (1.24) et (1.25), la constante de temps  $T$  sera déterminée comme suit :

$$T = \frac{\gamma}{2\Lambda} \left( \frac{V}{\rho J} \right)^2 \quad (1.26)$$

La densité du courant peut être reliée à la tension  $V$ , à la résistance de terre  $R$  et à la surface de l'électrode par la relation suivante :

$$J = \frac{I}{S} = \frac{V}{RS} \quad (1.27)$$

Finalement, la constante de temps  $T$  est représenté comme suit :

$$T = \frac{\gamma}{2\Lambda} \left( \frac{RS}{\rho} \right)^2 \quad (1.28)$$

L'équation (1.28) est souvent appliquée à différentes installations et non pas juste pour une prise de terre de forme sphérique enfouie très profondément dans le sol.

## **CHAPITRE 2**

### **LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES**

#### **2.1 Survol historique**

La méthode des différences finies a été appliquée pour trouver une solution numérique de quelques problèmes en ingénierie et spécialement la propagation de la chaleur dans le sol autour des électrodes de mise à la terre des lignes de transport d'énergie à haute tension [25, 26]. Lorsque l'électrode de la mise à la terre a une forme sphérique, la distribution de la chaleur est presque symétrique dans tous les sens car le courant se propage uniformément dans toutes les directions et la solution analytique de l'équation de Poisson permet de déterminer la température en tout point.

Dans certains cas où la forme de l'électrode ne présente pas un grand degré de symétrie et s'il y a des conditions frontières qui s'appliquent, une solution numérique de l'équation de Poisson est fortement souhaitable pour déterminer la température à des points discrets appelés nœuds dans un plan donné.

Faisant l'analogie entre la distribution de la chaleur et celle du potentiel électrique, la méthode des différences finies est appliquée pour trouver une solution numérique de l'équation de Poisson afin de déterminer la distribution de potentiel en certains points discrets à la surface du sol.

Lors d'un court circuit ou d'un coup de foudre sur une ligne de transmission ou une sous station, le courant de défaut s'écoule dans le sol, ce qui donne naissance à une

élévation de potentiel dans le sol. Le potentiel peut être facilement déterminé au voisinage de l'électrode de la mise à la terre, d'autre part en considérant comme référence l'infini c'est à dire en un point suffisamment loin de la source et en traçant un maillage immatériel tout autour de la source jusqu'à l'infini (considérant comme conditions frontières le potentiel est nul à l'infini) la valeur du potentiel peut être déterminée sur tous les nœuds en appliquant la méthode des différences finies afin de résoudre l'équation de Laplace.

## 2.2 Description de la méthode des différences finies

La méthode des différences finies permet de résoudre numériquement l'équation de Laplace par sa conversion à une équation différentielle. Il s'agit tout d'abord de tracer une grille qui couvre géographiquement la place où le potentiel électrique doit être déterminé à des points discrets appelés nœuds. Ensuite, écrire l'équation du potentiel à chaque nœud en fonction des autres et en tenant compte des conditions frontières, la solution du système d'équations donne les valeurs du potentiel en tout nœud de la grille [27]. L'application de la méthode des différences finies pour un cas simple dans un plan xy est illustré à la figure 2.1.

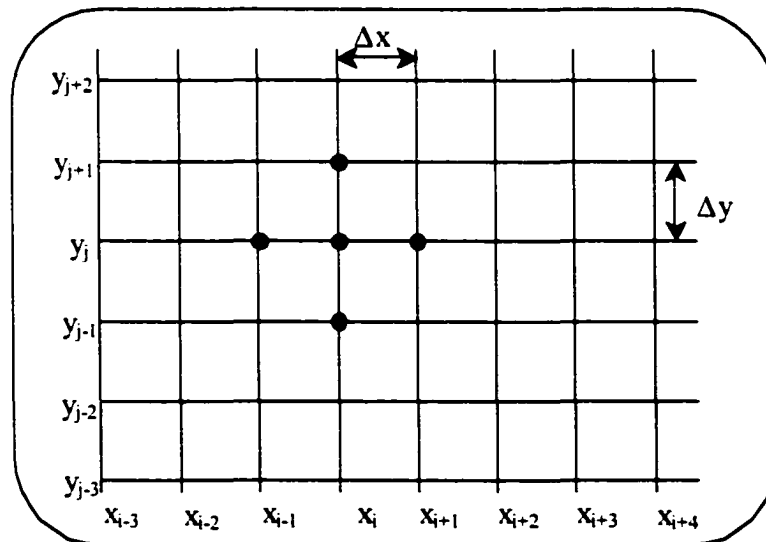


Figure 2.1 Représentation de la grille dans un plan xy

Supposons que la distance entre deux nœuds voisins est égale,  $h = \Delta x$  et assumons que la dérivée d'ordre quatre de la fonction  $f(x)$  est continue, par application de la série de Taylor :

$$f(x_n + h) = f(x_n) + f'(x_n)h + \frac{f''(x_n)}{2}h^2 + \frac{f'''(x_n)}{6}h^3 + \frac{f^{iv}(\xi_1)}{24}h^4, \text{ avec } x_n < \xi_1 < x_n + h \quad (2.1)$$

$$f(x_n - h) = f(x_n) - f'(x_n)h + \frac{f''(x_n)}{2}h^2 - \frac{f'''(x_n)}{6}h^3 + \frac{f^{iv}(\xi_2)}{24}h^4; x_n - h < \xi_2 < x_n \quad (2.2)$$

La somme de (2.1) et (2.2) aboutit à l'équation suivante :

$$\frac{f(x_n + h) - 2f(x_n) + f(x_n - h))}{h^2} = f''(x_n) + \frac{f^{iv}(\xi)}{12}h^2, \text{ avec } x_n - h < \xi < x_n + h \quad (2.3)$$

Pour rendre la notation plus convenable l'équation (2.3) est représentée comme suit :

$$\frac{f_{n+1} - 2f_n + f_{n-1}}{h^2} = f''_n + O(h^2) \quad (2.4)$$

L'indice de  $f$  indique la valeur sur laquelle  $x$  a été évalué et la relation  $O(h^2)$  signifie que l'erreur s'approche proportionnellement de  $h^2$  lorsque  $h$  tends vers zéro. D'une façon similaire la dérivée du premier ordre peut être approximée comme suit :

$$\frac{f(x_n + h) - f(x_n - h)}{2h} = f'(x_n) + \frac{f'''(\xi)}{6}h^2, \text{ avec } x_n - h < \xi < x_n + h \quad (2.5)$$

$$\frac{f_{n+1} - f_{n-1}}{2h} = f'_n + O(h^2) \quad (2.6)$$

Quand  $f$  est une fonction de  $x$  et  $y$ , la dérivée seconde partielle est obtenue par rapport à  $x$ ,  $\partial^2 u / \partial x^2$  en gardant  $y$  constante et en même temps évaluant la fonction en 3 points où  $x$  est égale à  $x_n$ ,  $x_n + h$  et  $x_n - h$ . D'une façon similaire,  $\partial^2 u / \partial y^2$  est calculé avec

$x = \text{constante}$ . Pour résoudre l'équation de Laplace dans une région quelconque du plan  $xy$  (regarder figure 2.1), la région est subdivisée avec des lignes équidistantes qui sont parallèles aux axes  $x$  et  $y$ . Une portion est considérée autour du point  $(x_i, y_j)$ , pour approximer l'équation suivante de Laplace :

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2.7)$$

Après avoir remplacé la dérivée partielle de l'équation (2.7) par des quotients différentiels et l'évaluer au point  $(x_i, y_j)$  de la figure 2.1, l'approximation est comme suit :

$$\begin{aligned} \nabla^2 u(x_i, y_j) = & \frac{u(x_{i+1}, y_j) - 2u(x_i, y_j) + u(x_{i-1}, y_j))}{(\Delta x)^2} \\ & + \frac{u(x_i, y_{j+1}) - 2u(x_i, y_j) + u(x_i, y_{j-1}))}{(\Delta y)^2} = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

L'équation (2.8) peut être représentée sous la forme suivante où le double indice sur  $u$  indique les valeurs de  $x$  et  $y$  :

$$\nabla^2 u_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} = 0 \quad (2.9)$$

Afin de simplifier l'équation (2.9), considérons  $\Delta x = \Delta y = h$  :

$$\nabla^2 u_{i,j} = \frac{1}{h^2} [u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j}] = 0 \quad (2.10)$$

De l'équation (2.10) on constate que 5 points sont impliqués, un point au centre  $(x_i, y_j)$ , un point à droite, à gauche, en haut et en bas. C'est plus convenable de représenter cette dernière expression sous cette forme :

$$\nabla^2 u_{i,j} = \frac{1}{h^2} \begin{pmatrix} & 1 & \\ 1 & -4 & 1 \\ & 1 & \end{pmatrix} u_{i,j} \quad (2.11)$$

Cette formule est connue sous le nom de cinq points et a  $O(h^2)$  erreur ce qui veut dire que  $u$  est suffisamment précis.

### 2.3 Exemple d'application de la méthode des différences finies

La figure 2.2 illustre une plaque d'acier de forme rectangulaire et de dimensions 10 cm x 20 cm. Lorsqu'un côté est maintenu à une température de  $100^0$  C et les autres trois côtés sont maintenus à  $0^0$  C, déterminer la température en un point qui se trouve à l'intérieur de la plaque. Mathématiquement le problème consiste à déterminer la valeur de  $u(x,y)$  telle que :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2.12)$$

avec :

$$u(x,0) = 0;$$

$$u(x,10) = 0;$$

$$u(0,y) = 0;$$

$$u(20,y) = 100;$$



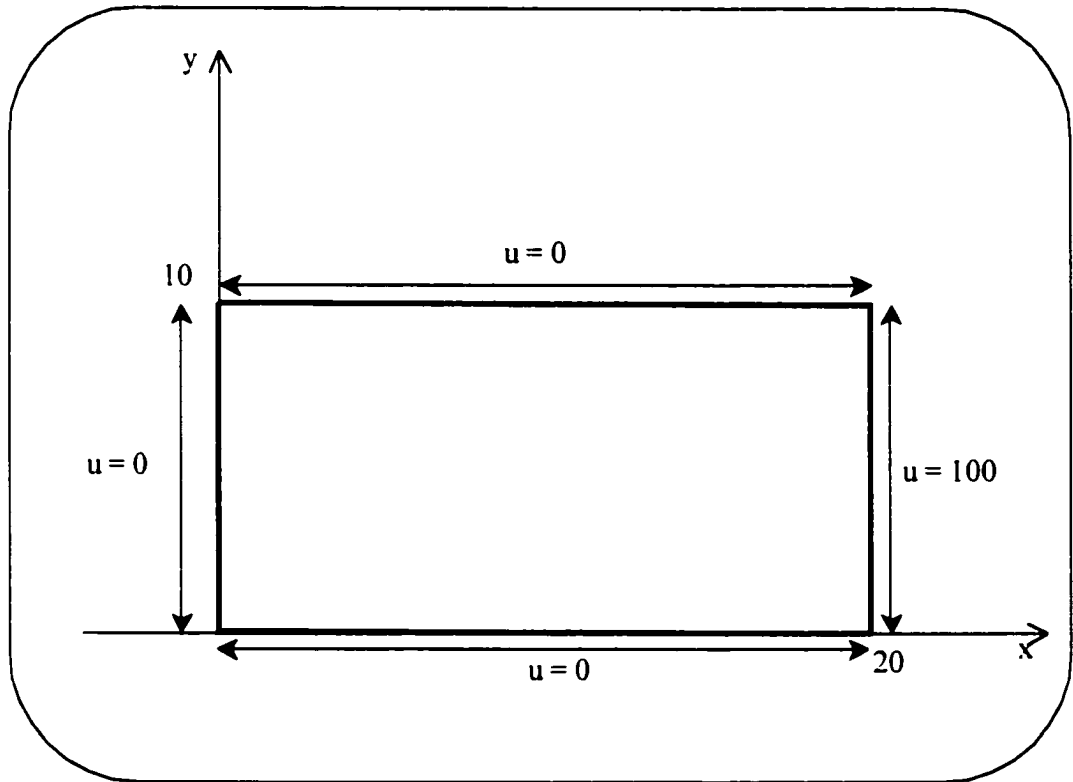


Figure 2.2 La plaque d'acier dans un plan  $xy$

C'est un problème des conditions frontières de Dirichlet car la température est connue sur chaque côté de la plaque. L'équation (2.10) est utilisée afin de déterminer la température en un point de coordonnées  $(x_i, y_j)$  et aux autres quatre points voisins qui se trouvent à une distance  $h$  de  $(x_i, y_j)$ . Supposons que la valeur de  $h = 5$  cm (pour un cas pratique  $h$  doit être plus petit que ça), la figure 2.3 illustre la situation :

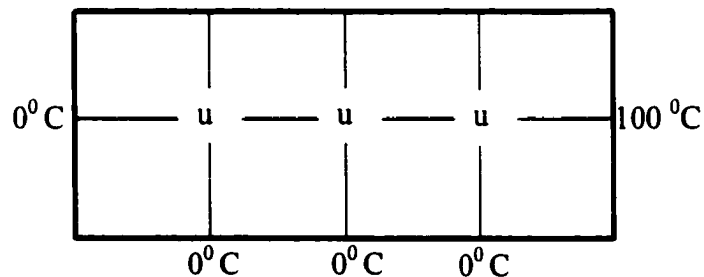


Figure 2.3 Représentation des conditions frontières

Le système d'équations suivant est obtenu par l'application de l'équation (2.10) sur chaque nœud à l'intérieur de la grille à la figure 2.3 :

$$\begin{aligned}\frac{1}{5^2}(0+0+u_2+0-4u_1) &= 0 \\ \frac{1}{5^2}(u_1+0+u_3+0-4u_2) &= 0 \\ \frac{1}{5^2}(u_2+0+100+0-4u_3) &= 0\end{aligned}\tag{2.13}$$

La solution de ce système est très facile car il y a juste 3 nœuds mais avec un pas de  $h = 5$  cm les valeurs obtenues ne sont pas très précises. Pour augmenter la précision des valeurs obtenues il faut absolument diminuer le pas  $h$  entre deux nœuds voisins. La solution du même problème avec un pas  $h = 2.5$  cm aboutit à la grille suivante :

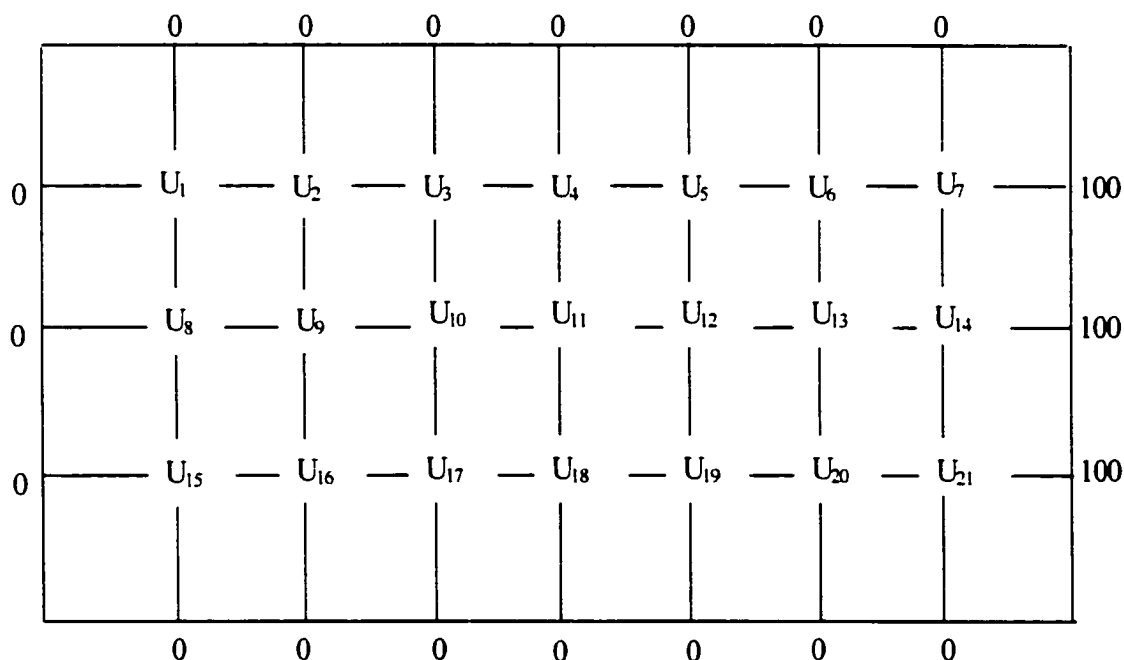


Figure 2.4 Représentation de la grille avec  $h = 2.5$  cm



**Tableau 2.1**  
**L'erreur obtenue dans les deux cas**

Température des nœuds	h= 5 cm		h = 2.5 cm		Valeurs analytiques
	Valeur	Erreur	Valeur	Erreur	
$U_1$	1.786	-0.692	1.289	-0.195	1.0943
$U_2$	7.143	-1.655	6.019	-0.531	5.4885
$U_3$	26.786	-0.692	26.289	-0.195	26.0944

La comparaison ci haut montre que l'erreur diminue au fur et à mesure que le pas  $h$  diminue et c'est clair que si le pas est égal à 1.25 cm l'erreur va encore diminuer davantage. Cependant dans certains applications pratiques, spécialement pour déterminer l'élévation de potentiel électrique discret sur un grand terrain c'est à dire, il faut utiliser une matrice très large ce qui peut entraîner un problème de mémoire et parfois une lourde erreur de calcul.

## **2.4 Adaptation de la méthode des différences finies afin de calculer l'élévation de potentiel à la surface d'un sol avec des conditions frontières**

### **2.4.1 Modèle simple**

La figure 2.5 illustre le modèle d'un sol homogène où une charge électrique est enfouie à une certaine profondeur dans un sol homogène. Cette charge peut être un courant injecté dans une prise de terre d'une installation électrique.

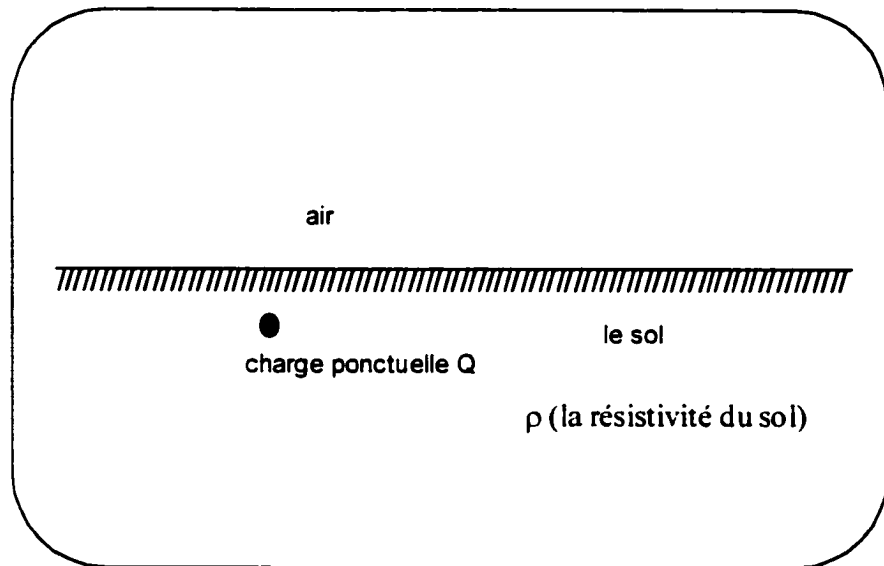


Figure 2.5 Une charge dans un sol homogène

La charge dans le sol engendre un potentiel électrique à son voisinage, ce potentiel  $V$  peut être calculé par la formule suivante :

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (2.15)$$

Où :

$R$  est la distance entre la charge et le point où le potentiel est calculé

$\epsilon_0$  est la permittivité de l'air

Une fois le potentiel est calculé à une distance  $R$  de la charge ponctuelle  $Q$  par l'équation (2.15) et en supposant que le potentiel est nul à l'infini, la méthode de différences finies est utilisée pour calculer le potentiel électrique sur tous les nœuds de la grille et le profil de la distribution de potentiel autour de la charge ponctuelle peut être tracé. La figure 2.6 illustre le modèle utilisé et les conditions frontières à l'infini sont considérées.

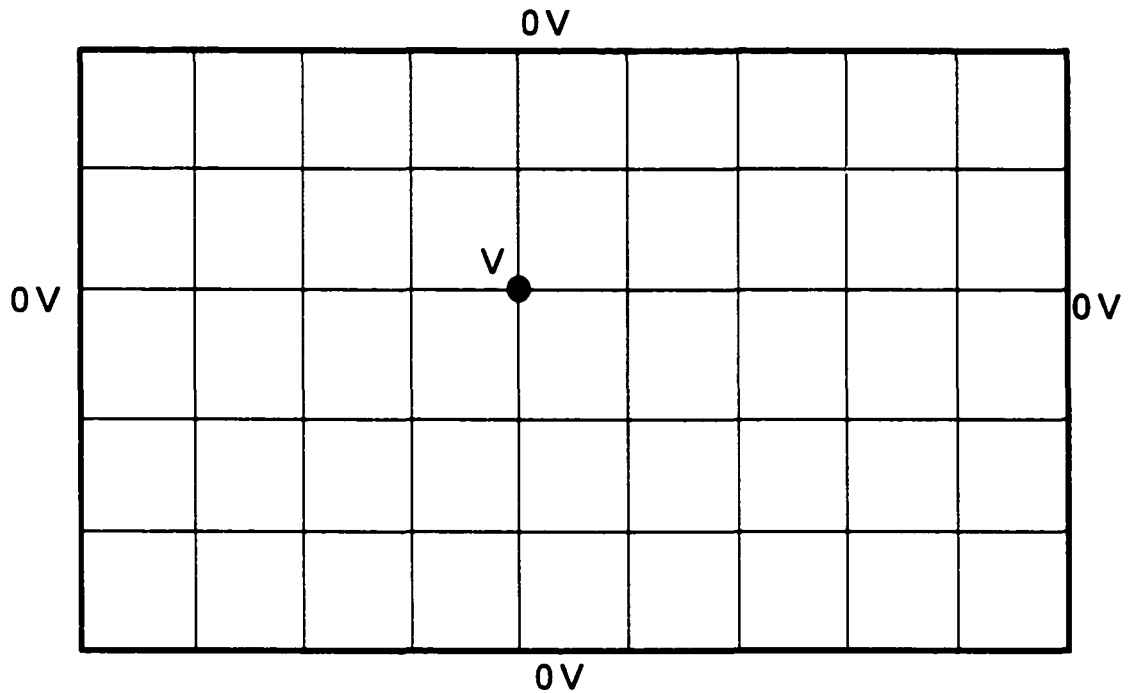


Figure 2.6 La grille dans un sol homogène

La figure 2.6 montre un potentiel électrique engendré par une charge ponctuelle enfouie dans le sol qui à son tour se propage dans le sol environnant. Le profil de la distribution du potentiel est présenté à la figure 2.7 dans un plan xy et pour une élévation de potentiel  $V = 20V$ . Comme c'est montré dans une section précédente l'erreur est directement proportionnelle au carré du pas entre les nœuds. Pour minimiser l'erreur il faut essayer de faire le grillage très fin ce qui augmente en conséquence le nombre de lignes et colonnes de la matrice et rend l'inversion de la matrice plus ardue et plus lente.

Supposons que les dimensions de la grille à la figure 2.6 sont 31 m de longueur et 33 m de largeur ce qui va donner 1023 nœuds et autrement dit une matrice de 1023 lignes et 1023 colonnes. Le profil de potentiel est illustré à la figure 2.7

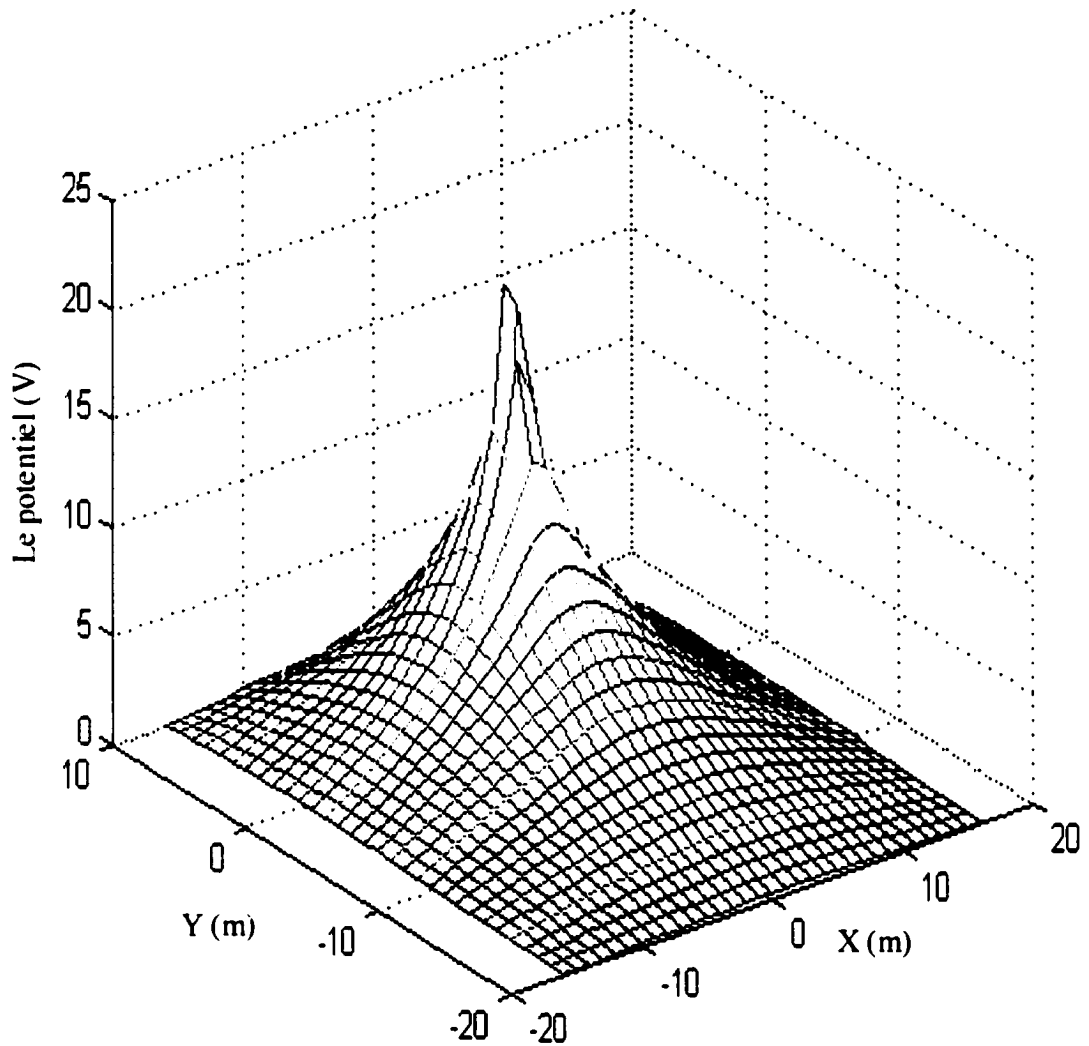


Figure 2.7 Profil du potentiel électrique des nœuds

#### 2.4.2 Modèle d'un sol à deux couches

La méthode de différences finies peut être appliquée pour déterminer le potentiel engendré par l'injection d'un courant dans un sol à deux couches. La présence de deux milieux avec différentes résistivités nécessite l'étude du comportement du champ électrique, la densité du courant et le potentiel sur l'interface entre les deux milieux. D'autre part la relation entre ces trois paramètres est la suivante:

$$\vec{E} = \rho \vec{J} = -\vec{\nabla} V$$

Où :

$E$  est le champ électrique (V/m)

$J$  est la densité du courant (A/m<sup>2</sup>)

$V$  est le potentiel électrique (V)

La figure 2.8 illustre une charge électrique enfouie dans un sol à deux couches :

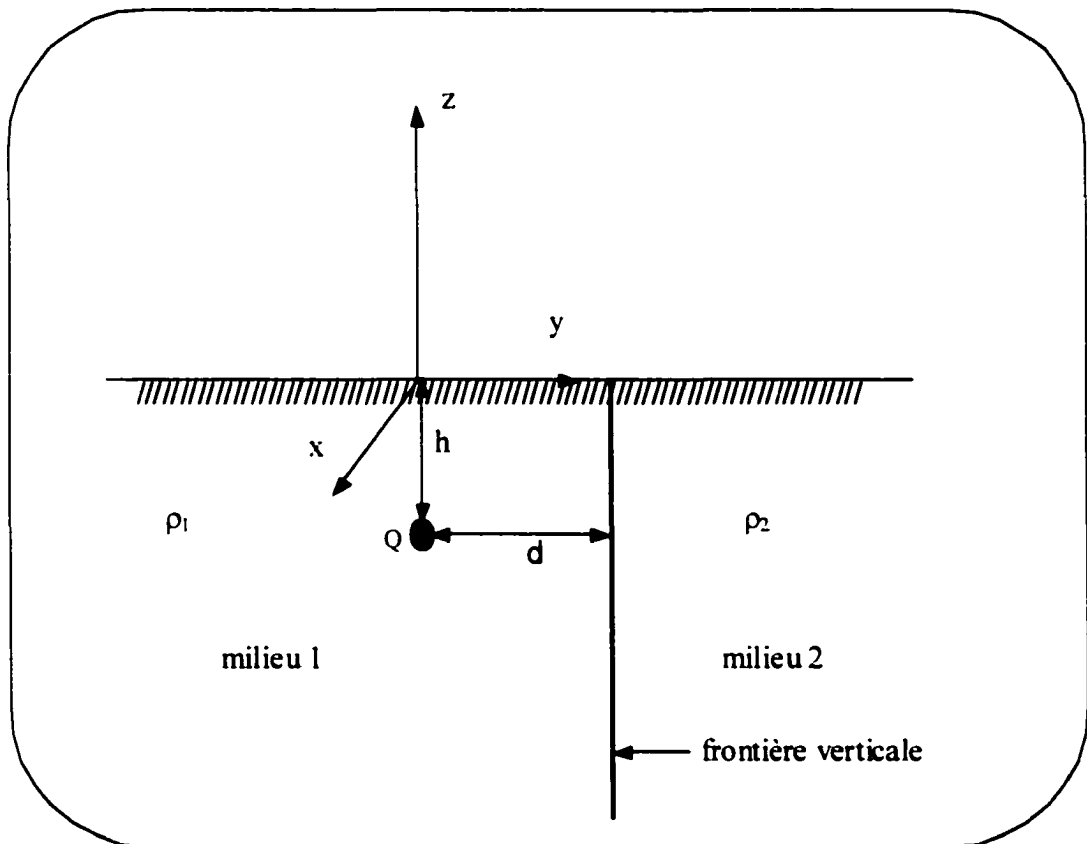


Figure 2.8 Une charge dans un sol à deux couches

Les conditions frontières suivantes sur l'interface entre les deux milieux qui se trouve à une distance  $d$  selon le repère cartésien doivent être respectées :



$$V_1 = V_2$$

(2.16)

$$\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{dV_1}{dy} = \frac{1}{\rho_2} \cdot \frac{dV_2}{dy}$$

Ces conditions doivent être intégrées dans le système d'équation (2.13) ou dans le système matriciel pour refléter la présence des deux milieux différents dans le calcul de l'élévation de potentiel sur les nœuds de la grille. La solution dans ce cas est similaire à celle dans le cas d'un sol homogène.

## 2.5 Discussion de la méthode des différences finies

La méthode des différences finies représente une solution efficace de l'équation de Laplace ou Poisson qui servent à déterminer la distribution de potentiel dans une région donnée en tenant compte des conditions frontières imposées par le modèle. Cette méthode a été déjà utilisée dans plusieurs applications en génie électrique et spécialement pour déterminer la propagation de la chaleur autour des électrodes de mise à la terre des lignes de transport d'énergie à haute tension.

L'application de la méthode des différences finies pour déterminer l'élévation de potentiel totale entre Lac-Robertson et Latabatière lors de l'injection d'un courant dans les prises de terre et analyser le comportement du potentiel dans le sol et la mer dans le but de mettre en évidence l'influence de la mer sur le profil du potentiel a été bien examinée mais elle n'était pas retenue pour les raisons suivantes :

- 1- Le modèle réel est un modèle d'un sol à deux couches horizontales d'un part et d'autre d'une frontière verticale. Il faut tenir compte de toutes les conditions frontières horizontales et verticales ce qui représente une grande difficulté lors de la remplissage de la matrice de potentiel car il faut connaître le lieu géométrique de chaque point ou autrement dit de chaque nœud.

- 2- La distance entre la ligne de transport d'énergie et l'eau salée varie entre 800 et 2000 m. Pour tracer une grille qui couvre l'espace entre la mer et la ligne et entrer un peu dans l'eau salée va générer une matrice immense même si le pas choisi entre les nœuds est de 1 m ce qui n'est pas très précis. Comme c'est montré dans une section précédente pour diminuer l'erreur, le pas entre les nœuds est presque de 1.25 cm ce qui est très difficile à réaliser dans le modèle réel à cause de la grande distance.
- 3- La difficulté présentée par l'inversion de la matrice même si elle est utilisée comme une matrice creuse. Cette inversion déborde la mémoire de l'ordinateur ce qui ralentit beaucoup l'exécution du programme et souvent aboutit à des résultats erronés.
- 4- Pour déterminer l'élévation de potentiel d'une façon très précise avec cette méthode il faut probablement résoudre l'équation de Poisson à trois dimensions dans le plan xyz car le potentiel se propage dans toutes les directions sans aucune préférence ce qui augmente encore de plus les dimensions de la matrice.

## **CHAPITRE 3**

### **LA MÉTHODE DES IMAGES**

La notion d'image électrique en électromagnétisme constitue une alternative très intéressante à la résolution de l'équation de Laplace pour déterminer l'élévation de potentiel ou la distribution de la tension. La méthode des images est l'une des méthodes indirectes de recherche du potentiel électrostatique qui évitent la résolution d'équations différentielles. Tout en facilitant le calcul du potentiel et du champ électrique, elle consiste à remplacer un système électrostatique par un système de charges plus simple (charges ponctuelles, lignes uniformément chargées, ...) qui simule les conditions aux limites du système réel.

La méthode des images permet de résoudre un nombre suffisamment important des problèmes d'intérêt pratique et particulièrement ceux reliés à la mise à la terre des systèmes électriques.

#### **3.1 Source ponctuelle de courant enfouie dans un sol à deux couches**

Dans le cas d'une source ponctuelle de courant  $S$  ou une charge ponctuelle enfouie dans la couche supérieure d'un sol à deux couches horizontales de résistivités électriques différentes, l'interface entre les deux milieux se comporte comme un miroir et les réflexions à sa surface résultent en un nombre infini des images, la figure 3.1 illustre la situation. Le système équivalent des images comprenant la source de courant actuelle et ses images dans un milieu infini satisfait les conditions aux limites [28, 29]. Les emplacements de la source actuelle et ses images avec les courants dissipés par eux sont

déterminés correctement en accord avec les lois gouvernées par la méthode des images.

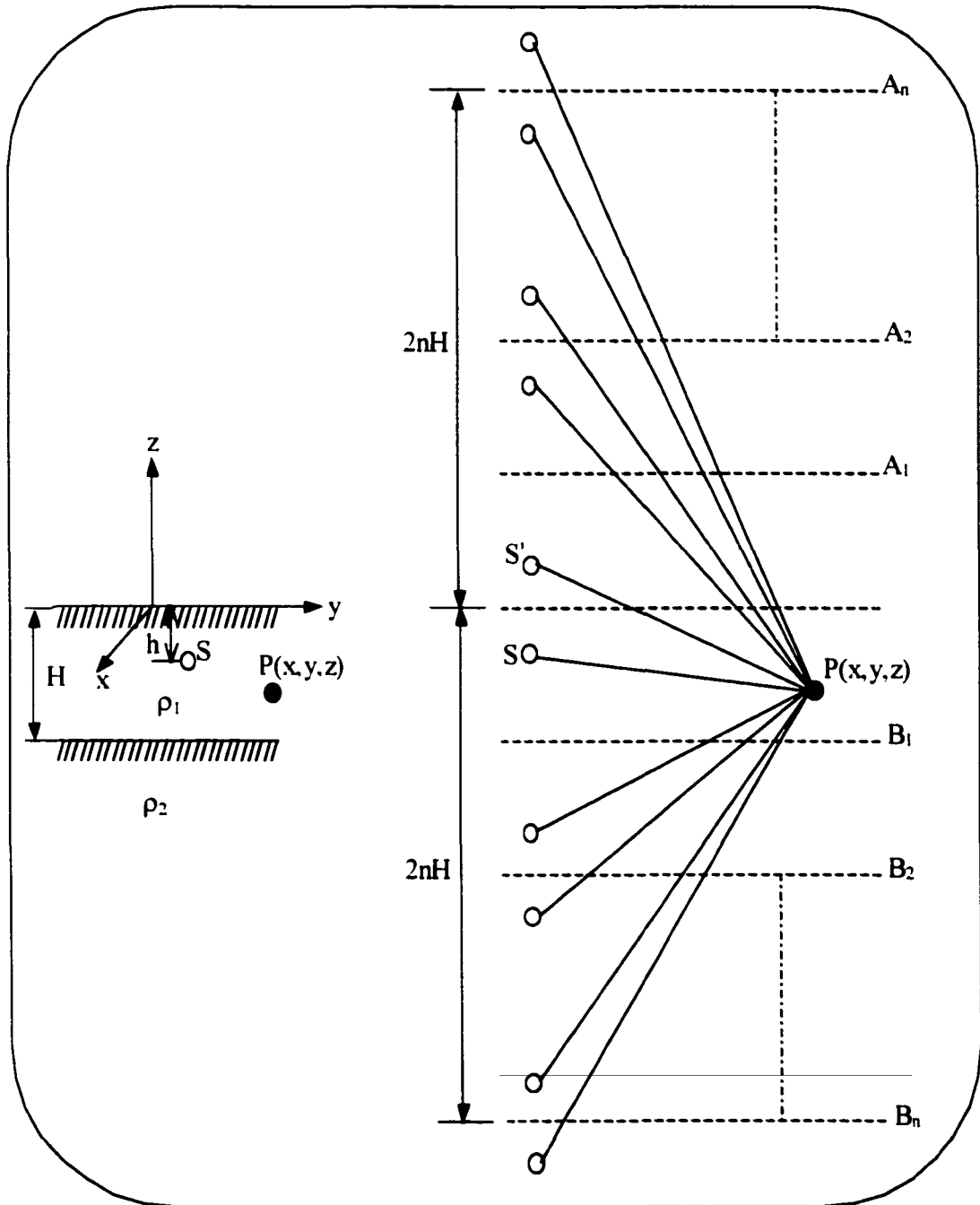


Figure 3.1 Système équivalent des images de nombre infini d'une charge ponctuelle

Où:

H est La profondeur de la première couche du sol.

$\rho_1$  et  $\rho_2$  sont les résistivités de la première et la deuxième couche du sol respectivement.

h est la profondeur d'enfouissement de la charge ponctuelle dans la première couche du sol.

S représente une source de courant.

S' représente l'image de S par rapport à la première couche du sol.

P(x,y,z) est le point où l'élévation de potentiel doit être déterminée.

Considérons que la source S et le point P où le potentiel  $V_p$  doit être déterminé sont localisés dans la couche supérieure d'un sol à deux couches, comme indiqué sur la figure 3.1. Par l'application de la méthode des images, le système de charge actuel dans la partie gauche de la figure 3.1 est changé à un système équivalent tel que montré dans la partie droite de la même figure.

Les réflexions de la charge ponctuelle S et son image S' par rapport aux interfaces entre les milieux de résistivité différente résultent en un nombre infini d'images dans les deux côtés des interfaces de réflexion de  $A_1, \dots, A_n$  et  $B_1, \dots, B_n$ . Le courant équivalent dissipé par la source S sera I et celui dissipé par l'image est  $I' = I$  tandis que le courant dissipé par les images de la première réflexion aux interfaces  $A_1$  et  $B_1$  est:  $I_1 = kI$ ; où k est le coefficient de réflexion.

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \quad (3.1)$$

Le courant dissipé par les images formées par la deuxième réflexion aux interfaces  $A_2$  et  $B_2$  est  $I_2 = k(kI) = k^2I$  et le courant dissipé par les images formées par la

nième réflexion aux interfaces  $A_n$  et  $B_n$  est  $I_n = k(k^{n-1})I = k^n I$ . Le potentiel total au point  $P$  dû aux courants dissipés par la source  $S$  et ses images, est déterminé comme suit:

$$V_p = \frac{\rho_l I}{4\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-h)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+h)^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (2nH+h-z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (2nH+h+z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (2nH-h-z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (2nH-h+z)^2}} \right) \right] \quad (3.2)$$

Dans le cas d'un sol homogène  $k = 0$  dans l'équation (3.1) et le calcul de l'élévation de potentiel revient à calculer le potentiel engendré par la source  $S$  et son image  $S'$  sans tenir compte de la propagation entre les deux couches sur les interfaces de réflexion.

### 3.2 Prises de terre cylindriques et horizontales

Le cas d'une prise de terre de forme cylindrique enfouie dans le sol peut être assimilé au cas d'un contrepoids ou conducteur de longueur  $l$  et de rayon  $r$  dans le sol qui est parallèle à la ligne de transport d'énergie et relié à la structure de la mise à la terre de chaque pylône.

La résistance de terre d'une telle prise de terre peut être déterminée expérimentalement par injection d'un courant dans la prise, mesurer l'élévation de potentiel engendrée et diviser cette élévation par le courant injecté. Théoriquement pour calculer cette résistance, tout d'abord il faut déterminer la résistance propre de la prise et ensuite déterminer les contributions des images qui sont dues à l'hétérogénéité du sol. Le circuit de mesure de la résistance d'une prise de terre est illustré à la figure 3.2

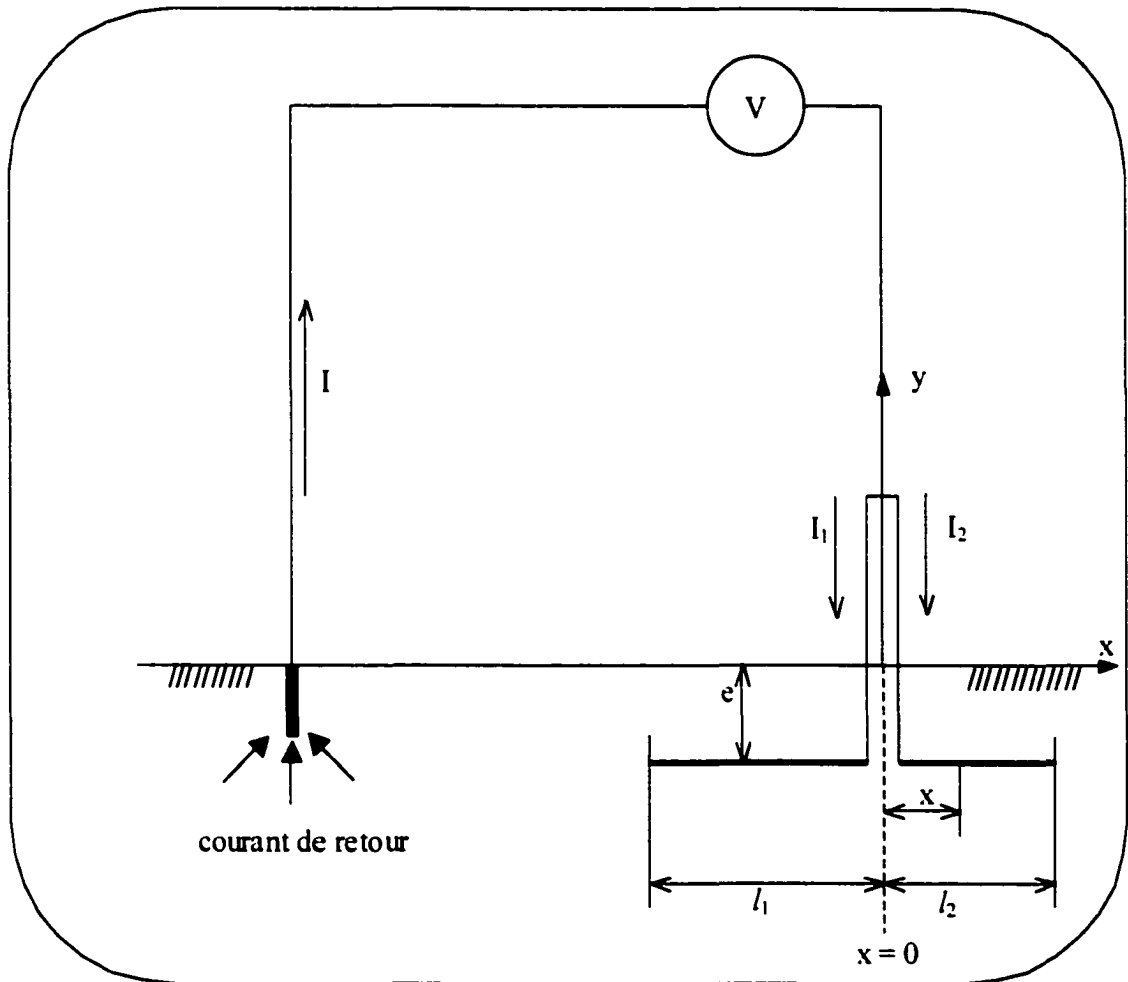


Figure 3.2 Prise de terre cylindrique enfouie dans le sol

Un courant sera injecté dans la prise de terre et l'élévation de potentiel sera mesuré par rapport à une terre lointaine. La résistance de terre de la prise sera égale au rapport du potentiel sur le courant injecté.

### 3.2.1 Calcul de l'impédance de la prise de terre

Un élément différentiel de longueur  $dx$  de la prise de terre sur la figure 3.2 est représenté sur la figure 3.3

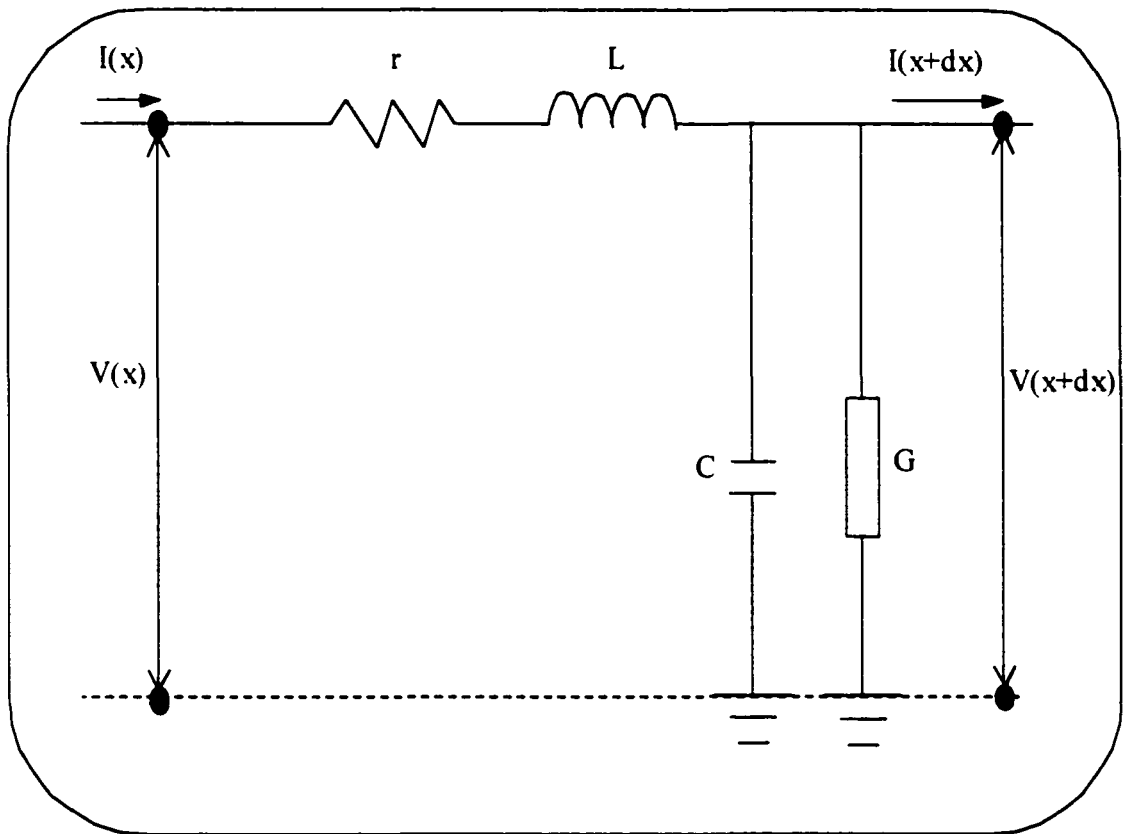


Figure 3.3 Représentation d'un segment de la prise de terre

L'application de la loi de Kirchhoff permet d'établir les relations suivantes:

$$dI(x) = I(x + dx) - I(x) = -(G + j\omega C)dxV(x) \quad (3.3)$$

$$dV(x) = V(x + dx) - V(x) = -(r + j\omega L)dxI(x) \quad (3.4)$$

Où:

$r$  est la résistance par unité de longueur

$L$  est l'inductance par unité de longueur



G est la conductance shunt par unité de longueur

C est la capacitance shunt par unité de longueur

Après l'évaluation de la dérivée de l'équation (3.3) par rapport à x et le remplacement de  $dV(x)$  dans (3.4) par sa valeur dans (3.3), la relation suivante est établie:

$$\frac{d^2 I}{dx^2} - \alpha^2 I = 0 \quad (3.5)$$

où  $\alpha$  est la constante complexe de propagation de l'onde

$$\alpha = \sqrt{ZY}$$

$$Z = r + j\omega L \text{ et } Y = G + j\omega C ;$$

Assumons que Z et Y sont indépendants de x, les solutions générales de l'équation (3.5) sont:

$$\begin{aligned} I_1 &= a_1 e^{\alpha x} + b_1 e^{-\alpha x}; & x < 0 \\ I_2 &= a_2 e^{\alpha x} + b_2 e^{-\alpha x}; & x > 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Les expressions du courant longitudinales à  $x = \pm \epsilon$  où  $\epsilon \rightarrow 0$  sont définies comme suit:

$$I_1 = I_1^0; \text{ à } x = -\epsilon$$

$$I_2 = I_2^0; \text{ à } x = \epsilon$$

Les conditions frontières sont :

$$I_1 = 0; \text{ à } x = -l_1$$

$$I_2 = 0; \text{ à } x = -l_2$$

$$I_1 = I_1^0; \text{ à } x = 0^-$$

$$I_2 = I_2^0; \text{ à } x = 0^+$$

D'autre part  $V_1(x = -\varepsilon) = V_2(x = +\varepsilon) = V^0$  quand  $\varepsilon \rightarrow 0$ ; cette dernière condition frontière permet de considérer que le potentiel est continu autour de  $x = 0$ ;

$$\left( -\frac{1}{Y} \frac{dI_1}{dx} \right)_{x=-\varepsilon} = \left( -\frac{1}{Y} \frac{dI_2}{dx} \right)_{x=+\varepsilon} = V^0 \quad (3.7)$$

Les solutions de cette dernière équation se présentent comme suit :

$$x < 0; I_1 = -I^0 \frac{\cosh(\alpha l_2)}{\sinh(\alpha l)} \sinh[\alpha(l_1 + x)] \quad (3.8)$$

$$x > 0; I_2 = I^0 \frac{\cosh(\alpha l_1)}{\sinh(\alpha l)} \sinh[\alpha(l_2 - x)] \quad (3.9)$$

En remplaçant les équations (3.8) et (3.9) dans l'équation (3.3) on obtient respectivement:

$$x < 0; V_1 = I^0 \beta \frac{\cosh(\alpha l_2)}{\sinh(\alpha l)} \cosh[\alpha(l_1 + x)] \quad (3.10)$$

$$x > 0; V_2 = I^0 \beta \frac{\cosh(\alpha l_1)}{\sinh(\alpha l)} \cosh[\alpha(l_2 - x)] \quad (3.11)$$

où  $\beta = \sqrt{z/Y}$

L'élévation du potentiel de la prise de terre au point d'injection du courant ( $x = 0$ ) est:

$$V^0 = I^0 \beta \frac{\cosh(\alpha l_1) \cosh(\alpha l_2)}{\sinh(\alpha l)} \quad (3.12)$$

L'impédance de la prise de terre vue du point d'injection du courant ( $x = 0$ ) est:

$$Z = \frac{V^0}{I^0} = \beta \frac{\cosh(\alpha l_1) \cosh(\alpha l_2)}{\sinh[\alpha(l_1 + l_2)]} \quad (3.13)$$

Si l'injection du courant se fait par une extrémité de la prise de terre, c'est à dire ( $l_1 = 0$  et  $l_2 = l$ ), en remplaçant  $l_1$  et  $l_2$  par leur valeur dans l'équation (3.13), l'impédance de la prise de terre devient:

$$Z = \beta \coth(\alpha l) = \sqrt{z/Y} \coth(\sqrt{zY} l) \quad (3.14)$$

Quand le terme ( $\sqrt{zY} l$ ) est très grand, c'est à dire la longueur de la prise de terre est très grande, pratiquement quand un long contrepoids continu est simulé comme une prise de terre,  $\coth(\sqrt{zY} l) \cong 1$ , ce qui permet de représenter l'impédance du contrepoids par  $Z = \sqrt{z/Y}$ ; d'autre part  $Y = G + j\omega C$  et la capacitance shunt peut être négligée par rapport à la conductance shunt ( $C \ll G$ ), d'où  $Y \cong G = \frac{1}{R_d}$ ;  $R_d$  est la distribution de la résistance du contrepoids [ $\Omega/m$ ] et en remplaçant ces développements dans l'équation (3.14) l'impédance du contrepoids peut être déterminée tout simplement comme suit:  $Z = \sqrt{z R_d}$  où  $z$  est l'impédance caractéristique du contrepoids elle est normalement fournie car elle dépend des propriétés caractéristiques du conducteur choisi pour être implanté comme contrepoids. La résistance  $R_d$  est à déterminer.

### 3.2.2 La résistance du contrepoids dans un sol à deux couches

La résistance du contrepoids enfoui dans le sol  $R_d$  sera déterminée en tenant compte de la présence d'un sol à deux couches. La résistance propre du contrepoids sera au début déterminée et ensuite celle de son image au dessus du sol et finalement l'effet de la deuxième couche du sol sera tenu en compte. Le modèle est illustré à la figure 3.4

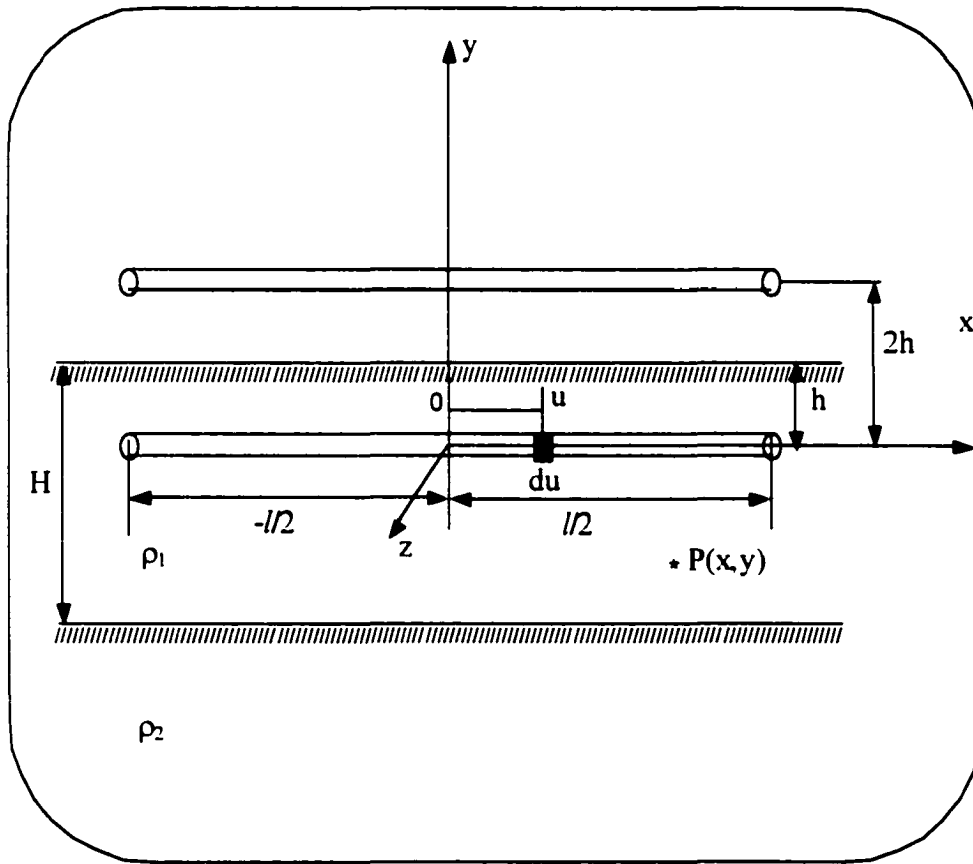


Figure 3.4 Contrepoids continu enfoui dans le sol

Le courant est injecté au milieu du conducteur. L'élévation de potentiel engendrée par le courant injecté est représentée par  $V$ . Considérons le segment du qui se trouve sur l'axe des  $x$  à  $x = u$ , le courant  $I(u)$  est injecté au milieu du contrepoids; le potentiel en un point  $P(x, y)$  engendré par le segment du est :

$$V(x, y) = \frac{I\rho}{2\pi} [(x - u)^2 + y^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

Le potentiel total engendré par le conducteur au point  $P$  est déterminé comme suit:

$$V(x, y) = \frac{\rho I}{2\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{\sqrt{(x-u)^2 + y^2}} \quad (3.16)$$

La solution de l'équation (3.16) ramène à l'expression suivante:

$$V(x, y) = \frac{\rho I}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2} + \left(x + \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2} + \left(x - \frac{l}{2}\right)} \quad (3.17)$$

Le courant de fuite est assumé constant le long du conducteur et le potentiel au milieu du conducteur est égal au double du potentiel à l'extrémité. pour déterminer la résistance du conducteur il faut utiliser la valeur moyenne du potentiel qui peut être obtenu en évaluant l'intégrale de  $V(x,y)$  entre  $-l/2$  et  $l/2$  et ensuite le divisant par  $l$ .

$$V_{\text{moy}} = \frac{\rho I}{2\pi l} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \ln \frac{\sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2} + \left(x + \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2} + \left(x - \frac{l}{2}\right)} dx \quad (3.18)$$

Le potentiel à la surface du conducteur est déterminé en remplaçant  $y$  par  $a$  qui représente physiquement le rayon du conducteur dans l'équation (3.18) et en la solutionnant:

$$x - l/2 = u; dx = du;$$

$$\text{Pour } x = 0 \text{ alors } u = -l/2;$$

$$\text{Pour } x = l/2 \text{ alors } u = 0;$$

Après application, la tension moyenne est déterminée comme suit :

$$\begin{aligned}
V_{\text{moy}} &= \frac{\rho I}{2\pi l} \left[ l \ln(\sqrt{l^2 + a^2} + l) - \sqrt{l^2 + a^2} - \frac{l}{2} \ln \left( \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + a^2} + \frac{l}{2} \right) + a - \frac{l}{2} \ln \left( \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + a^2} - \frac{l}{2} \right) \right] \\
&= \frac{\rho I}{2\pi l} \left[ l \ln l \left( \sqrt{1 + \left(\frac{a}{l}\right)^2} + 1 \right) - l \ln a - \sqrt{l^2 + a^2} + a \right] \quad (3.19)
\end{aligned}$$

La résistance du contrepoids est obtenue comme suit:

$$R_1 = \frac{\rho}{2\pi l} \left[ l \ln l \left( \sqrt{1 + \left(\frac{a}{l}\right)^2} + 1 \right) - l \ln a - \sqrt{l^2 + a^2} + a \right] \quad (3.20)$$

Dans le cas où le rayon du contrepoids est très petit par rapport à sa longueur l'équation (3.20) peut être encore plus simplifiée:

$$R_1 = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \left[ \frac{2l}{a} \right] - l \cong \frac{\rho}{2\pi l} \ln \left[ \frac{0.74l}{a} \right] \quad (3.21)$$

La résistance de l'image du contrepoids qui se trouve à une distance 2h de ce dernier peut être déterminée en utilisant le même développement que la résistance du contrepoids enfouie dans le sol sauf il faut remplacer a par 2h:

$$R_2 = \frac{\rho}{2\pi l} \left[ \ln \left( \frac{l}{2h} \left( 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{l}\right)^2} \right) \right) + \frac{2h}{l} - \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{l}\right)^2} \right] \quad (3.22)$$

Dans le cas où la distance h est considérée très petite par rapport à la longueur du contrepoids (le contrepoids est enfouie très proche de la surface du sol), la résistance de l'image sera exprimée comme suit:

$$R_2 = \frac{\rho}{2\pi l} \ln\left(\frac{l}{2h}\right) \quad (3.23)$$

La résistance totale du contrepoids et de son image sera déterminée par la somme des équations (3.21) et (3.23):

$$R_h = R_1 + R_2 = \frac{\rho}{2\pi l} \left( 2 \ln 2l - \frac{1}{2} \ln 2ha - 2 \right) \quad (3.24)$$

Après les simplifications, la résistance sera exprimée comme suit:

$$R_h = \frac{\rho}{\pi l} \left[ \ln\left(\frac{2l}{\sqrt{2ha}}\right) - 1 \right] \quad (3.25)$$

L'expression de la résistance totale est applicable dans le cas où le sol est homogène c'est à dire il n'y aura pas des propagations du courant dans le sol. Dans le cas d'un sol à deux couches la valeur de la résistance doit être modifiée pour refléter la contribution d'un nombre infini d'images de part et d'autre de l'interface entre les deux milieux de résistivités différentes. Cette contribution est exprimée par un terme additionnel représenté comme suit:

$$R_3 = \frac{\rho_1}{2\pi l} \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma^n \left[ \int_0^{l/2} \ln \frac{\sqrt{(x+l/2)^2 + (2nH-h)^2} + x + l/2}{\sqrt{(x+l/2)^2 + (2nH-h)^2} + x - l/2} \right. \\ \left. + \int_0^{l/2} \ln \frac{\sqrt{(x+l/2)^2 + (2nH+h)^2} + x + l/2}{\sqrt{(x+l/2)^2 + (2nH+h)^2} + x - l/2} \right] \quad (3.26)$$

Où  $\Gamma$  est le coefficient de reflexion.  $\Gamma = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}$

L'utilisation de la methode de potentiel moyenne, la solution de l'équation (3.26) est :

$$R_3 = \frac{\rho_l}{2\pi l} \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma^n \left[ \begin{aligned} &2 \ln \frac{1 + \sqrt{\left(\frac{2nH-h}{l}\right)^2 + 1}}{\frac{2nH-h}{l}} + 2 \ln \frac{1 + \sqrt{\left(\frac{2nH+h}{l}\right)^2 + 1}}{\frac{2nH+h}{l}} + \frac{4nH-2h}{l} \\ &\frac{4nH-2h}{l} - 2 \sqrt{\left(\frac{2nH-h}{l}\right)^2 + 1} - 2 \sqrt{\left(\frac{2nH+h}{l}\right)^2 + 1} \end{aligned} \right] \quad (3.27)$$

Dans le cas où le conducteur est considéré presque à la surface du sol et  $h \ll 2nH$ , la résistance  $R_3$  se simplifie comme suit:

$$R_3 = \frac{\rho_l}{2\pi l} \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma^n \left[ 4 \ln \frac{1 + \sqrt{\left(\frac{2nH}{l}\right)^2 + 1}}{\frac{2nH}{l}} + \frac{8nH}{l} - 4 \sqrt{\left(\frac{2nH}{l}\right)^2 + 1} \right] \quad (3.28)$$

Pour conclure, le cas où le contrepois est enfouie dans un sol à deux couches horizontales la résistance de terre  $R_t = R_1 + R_2 + R_3$ . Le cas où en plus de la présence de deux couches horizontales il faut considérer la présence d'une couche verticale de résistivité différente est abordé dans la section suivante.

La figure 3.5 illustre la présence d'une frontière verticale entre deux couches de sol très profondes.



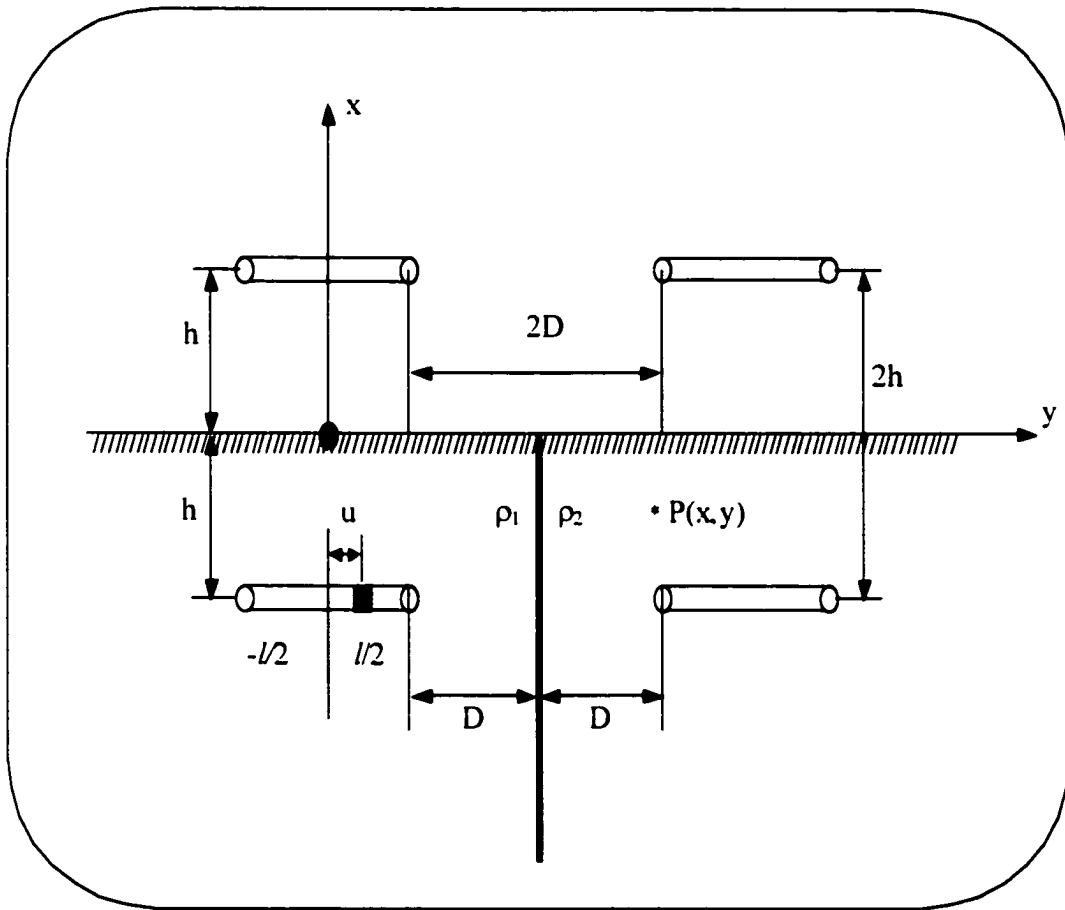


Figure 3.5 Frontière verticale

La contribution de la frontière verticale à la résistance de terre du contrepoids est représentée par l'équation suivante:

$$R_4 = \frac{\rho_1}{4\pi l} \Gamma^{\frac{1}{2}} \left( \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{(x-u)^2 + a^2 + (2D)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-u)^2 + a^2 + (2D)^2}} \right) dx \right) \quad (3.29)$$

Dans le cas où le rayon du conducteur  $a \ll D$  et la profondeur d'enfouissement  $h \ll D$ , l'équation (3.29) peut être écrite sous cette forme:

$$R_4 = \frac{\rho_l}{2\pi l} \Gamma \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{(x-u)^2 + (2D)^2}} \right) dx \quad (3.30)$$

Par l'utilisation de la méthode du potentiel moyen comme auparavant :

$$R_4 = \frac{\rho_l \Gamma}{\pi l} \left[ \ln \left| \frac{l}{2D} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{2D}{l} \right)^2} + 1 \right) \right| + \frac{2D}{l} - \sqrt{1 + \left( \frac{2D}{l} \right)^2} \right] \quad (3.31)$$

Pour conclure, la résistance propre de mise à la terre d'un conducteur de forme cylindrique enfoui dans un sol à deux couches horizontales de part et d'autre d'une frontière verticale est déterminée par superposition comme suit :

$$R_{pr} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \quad (3.32)$$

## **CHAPITRE 4**

### **MODÉLISATION**

#### **4.1 Modèle réel**

La figure 4.1 illustre le modèle réel de l'installation électrique se trouvant dans une terre rocheuse dans la région de Labrador au bord de l'océan Atlantique. C'est une ligne de transport d'énergie à haute tension (69 kV) qui relie un poste de transformation au village Latabatière à une centrale électrique à Lac-Robertson. La longueur de cette ligne est de presque 21 km et elle ne dispose pas d'un fil de garde ou d'un contrepoids enfoui dans la terre afin d'assurer le retour du courant lors d'un défaut ou d'un coup de foudre sur le réseau tel qu'illustré à la figure 4.1.

Un conducteur aérien relie les grilles de mise à la terre du poste de transformation et de la station de génération aux électrodes de mer qui disposent d'une longueur de presque 150 m. Les électrodes de mer sont enfouies dans le sol et pénètrent dans l'eau salée entre 15 et 20 m. Elles jouent un rôle très important dans la réduction de l'impédance de la mise à la terre grâce à la résistivité très faible de l'eau salée.

La distance entre l'installation électrique et l'eau salée (l'océan) varie entre 800 et 3000 m selon les emplacements. La mise à la terre des pylônes n'est assurée par aucun autre système que les supports de béton et les encrages mais celle du poste et la centrale électrique est assurée par des grilles enfouies dans le sol et connectées à la mer. La résistivité du sol est assez élevée dans cette région, elle varie entre 10 000 et 30 000  $\Omega\cdot\text{m}$  tandis que la résistivité de l'eau salée varie entre 0.3 et 0.4  $\Omega\cdot\text{m}$ .

La terre est représentée par deux couches horizontales de résistivités différentes et le profil du fond de l'océan Atlantique a une profondeur maximale qui peut atteindre le 5 km. La figure 4.1 illustre le modèle.

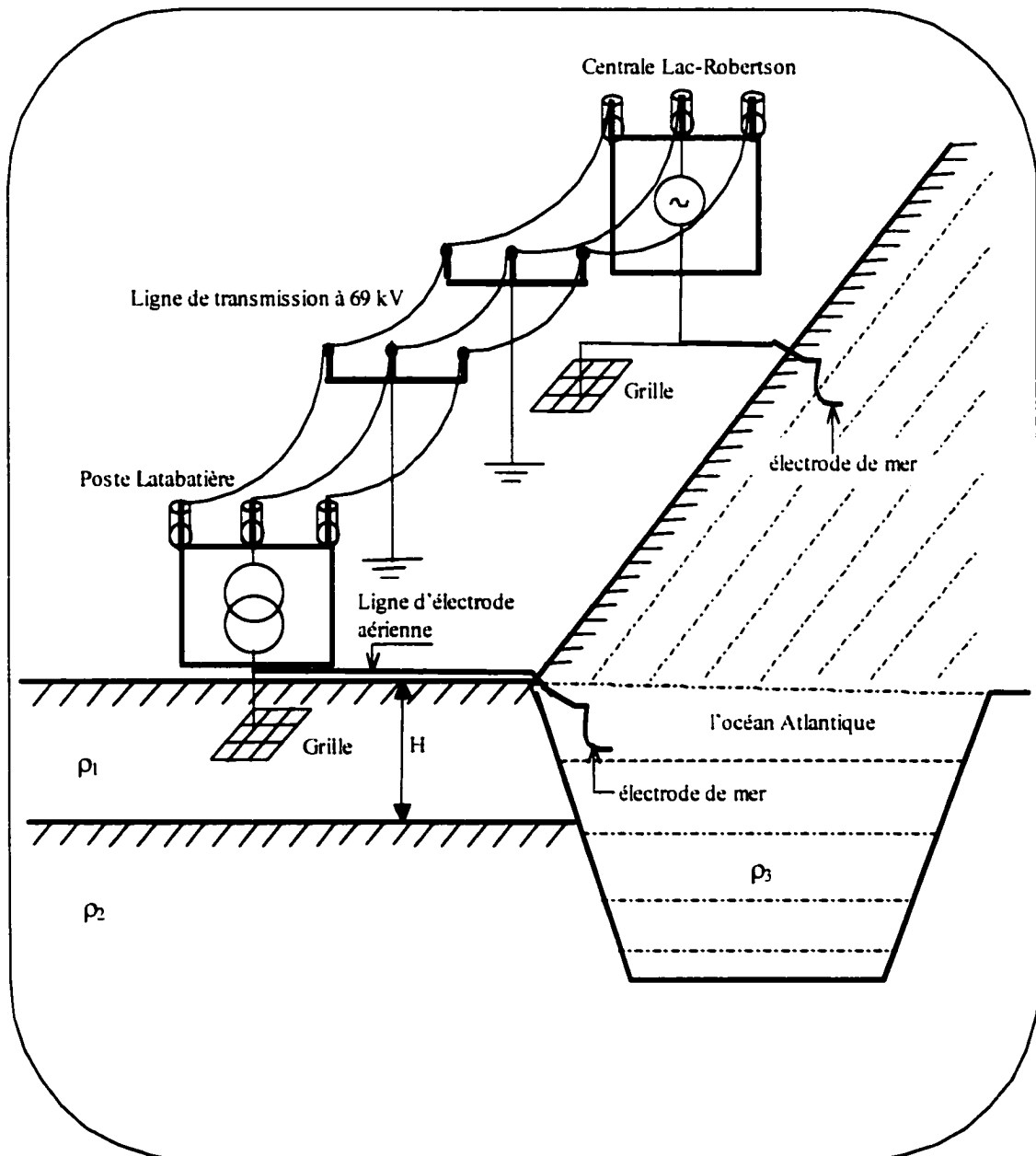


Figure 4.1 Le modèle réel

La méthode des images sera appliquée pour déterminer l'élévation de potentiel engendrée par l'injection d'un courant entre les grilles de mise à la terre entre Latabatière et Lac-Robertson. Certaines restrictions s'appliquent ici sur l'utilisation de la méthode des images avec le modèle réel de la figure 4.1 :

- 1) La profondeur des deux premières couches qui touchent l'air et qui sont séparées par une frontière verticale à cause de la variation de la résistivité, doit être égale.
- 2) La deuxième couche verticale du sol de résistivité  $\rho_2$  dans ce cas s'étend sur toute la superficie au-dessous des deux couches de résistivité  $\rho_1$  et  $\rho_3$ .

Le modèle réel doit être modifié d'une façon à refléter au maximum la situation réelle et en même temps demeurer consistant avec la méthode des images qui va être utilisée pour calculer le potentiel et de là, la résistance de la mise à la terre.

## **4.2 Développement du modèle utilisé**

La méthode des images de l'électromagnétisme est utilisée afin de calculer l'élévation de potentiel dans le sol le long de la ligne de transport d'où le modèle développé doit être adapté à cette méthode. Plusieurs modèles ont été développés afin de déterminer le modèle le plus proche de la situation réelle dont les trois plus importants seront présentés ici comme suit :

- a) Modèle à deux couches verticales :

Ce modèle est illustré à la figure 4.2, il est représenté par deux couches, le sol et l'eau salée de profondeur infinie de part d'autre d'une frontière verticale. La méthode des images peut être appliquée sur ce modèle afin de déterminer la résistance de mise à la terre et les formules correspondantes seront présentées plus tard.

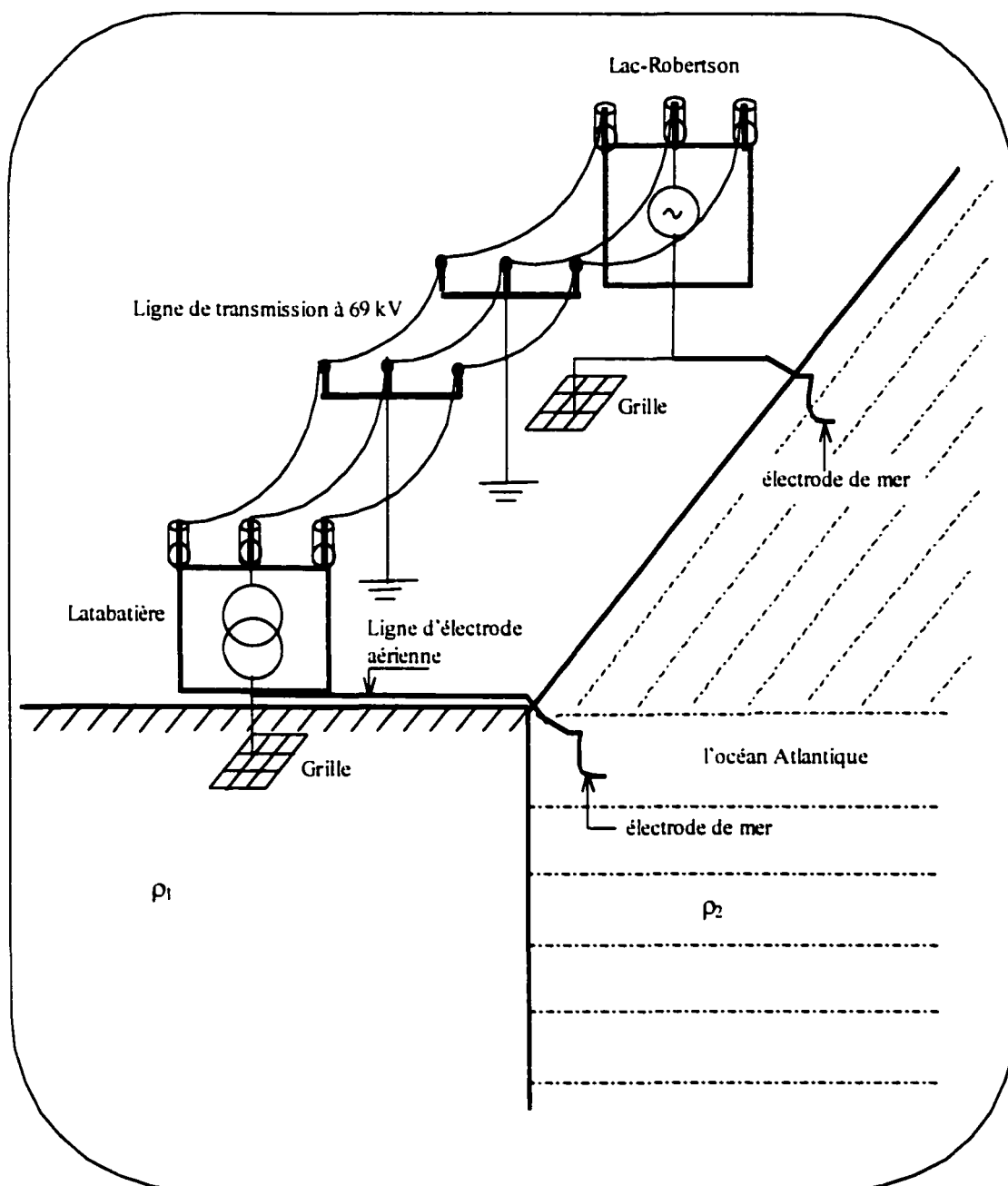


Figure 4.2 Modèle # 1

La figure 4.2 représente un modèle à deux couches verticales de profondeur infinie et de résistivité  $\rho_1 = 20\,000\Omega.m$  et  $\rho_2 = 0.35\Omega.m$  respectivement.

b) Un modèle d'un sol à deux couches horizontales et deux couches verticales :

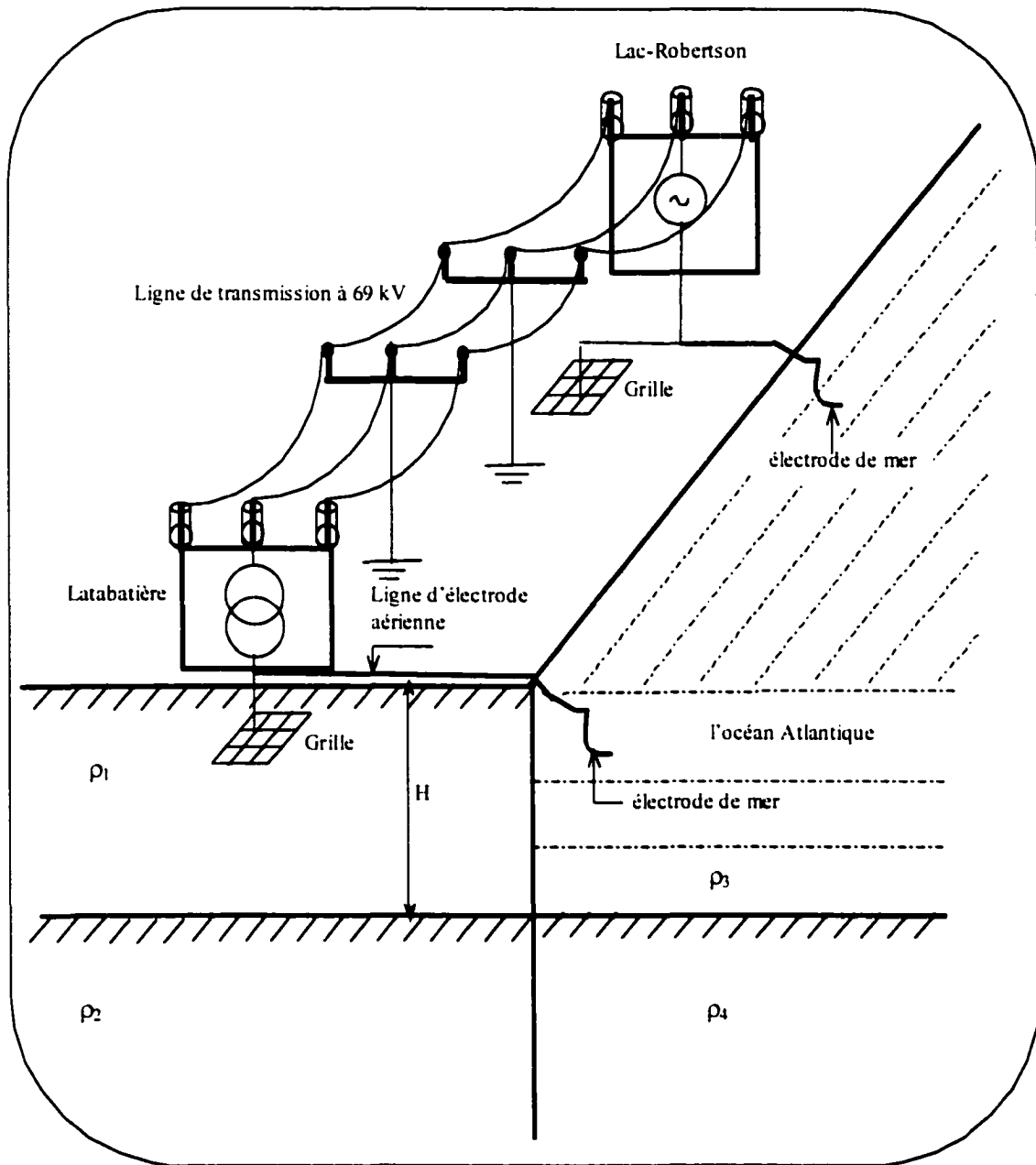


Figure 4.3 Modèle # 2

Pour appliquer la méthode des images il faut que  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho_3}{\rho_4}$  c'est pour cela qu'il

faut choisir les résistivités d'une façon conforme à la situation réelle et au rapport. Ce

modèle est simulé avec les résistivités  $\rho_1 = 10\,000\Omega.m$ ,  $\rho_2 = 30\,000\Omega.m$ ,  $\rho_3 = 0.3333$  et  $\rho_4 = 1\Omega.m$  respectivement.

c) Modèle de deux couches verticales de même profondeur et une couche horizontale :

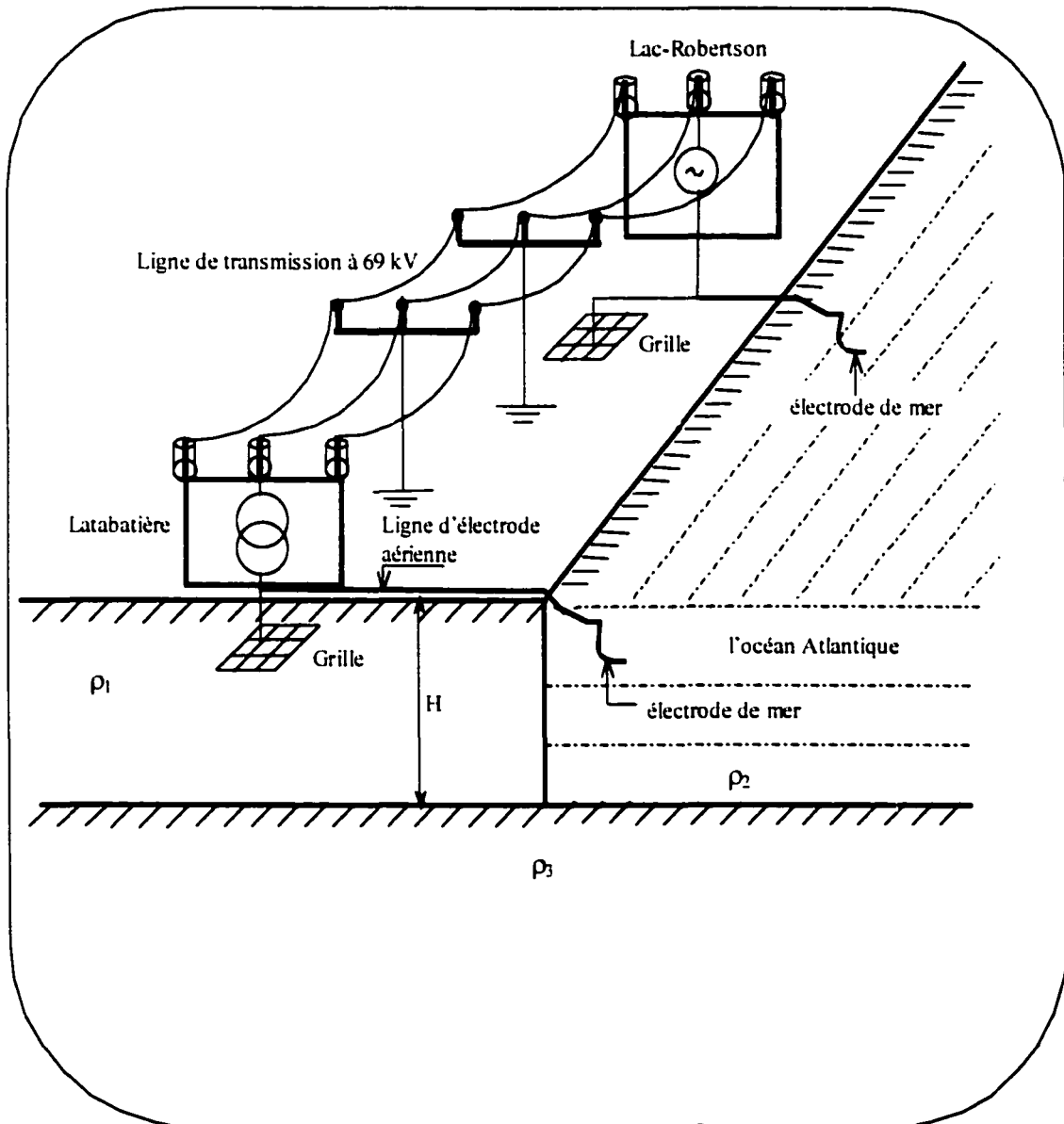


Figure 4.4 Modèle # 3



Après la présentation de ces trois modèles, il sera utile de discuter un peu les modèles avant de procéder à la validation.

Le modèle # 1 est très optimiste car l'océan est considéré de profondeur infinie ce qui augmente l'effet de la présence de l'eau salée, donc contribue à diminuer la résistance de mise à la terre un peu plus que la valeur réelle ce qui génère une erreur lors de la conception de cette résistance.

Le modèle # 2 est bien adapté à l'application de la méthode des images et malgré qu'il ne parait pas optimiste et correspond bien au modèle réel, c'est toujours plus apprécié de travailler avec un modèle encore plus conservateur.

Le modèle # 3 est considéré comme conservateur par rapport aux deux autres modèles car dans les simulations le fait de considérer une seule image dans le côté droite (l'eau salée) à la place de considérer une série de nombre infini d'images contribue à calculer une valeur de résistance de mise à la terre un peu plus élevée que la valeur réelle de la résistance mesurée.

Dans le cas où une charge ponctuelle est enfouie dans le sol à une profondeur  $h$  (modélisé par injection d'un courant  $I$  dans le sol) et à une distance  $D$  de l'eau salée, l'élévation de potentiel engendrée par cette charge en un point  $P(x,y,z)$  pour chacun des modèles précédents sera calculée par l'application de la méthode des images.

#### Modèle # 1 :

$$V = (V(x, y, z - h) + V(x, y, h + z) + \Gamma[V(x, y - 2D, z - h) + V(x, y - 2D, h + z)]) \quad (4.1)$$

Où :

$\Gamma$  est le coefficient de réflexion.

Modèle # 2 :

L'élévation de potentiel totale au point P est :

$$V = V_{1p} + V_{2p};$$

Où :

$V_{1p}$  est la contribution du côté gauche

$V_{2p}$  est la contribution du côté droite.

$$V_{1p} = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-h)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+h)^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (2nH+h-z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (2nH+h+z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (2nH-h-z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (2nH-h+z)^2}} \right) \right] \quad (4.2)$$

où :

$I$  est le courant injecté dans le sol.

$k$  est le coefficient de réflexion;  $k = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$  ;

$$V_{2p} = \frac{\rho_3 \Gamma_1 I}{4\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-2D)^2 + (z-h)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y+2D)^2 + (z+h)^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_2^n \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-2D)^2 + (2nH+h-z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-2D)^2 + (2nH+h+z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-2D)^2 + (2nH-h-z)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-2D)^2 + (2nH-h+z)^2}} \right) \right] \quad (4.3)$$

Où les coefficients de réflexion sont représentés par :

$$\Gamma_1 = \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_3}$$

$$\Gamma_2 = \frac{\rho_4 - \rho_3}{\rho_4 + \rho_3};$$

### Modèle # 3 :

L'équation (4.2) du modèle # 2 est utilisée pour déterminer la contribution du côté gauche et l'équation suivante est pour déterminer la contribution du côté droit :

$$V_{zp} = \frac{\rho_1 \Gamma_1 I}{4\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - 2D)^2 + (z - h)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - 2D)^2 + (z + h)^2}} \right] \quad (4.4)$$

Après la présentation de ces 3 modèles il faut valider et choisir le modèle le plus proche de la situation réelle. Des mesures du profil de potentiel le long de la ligne de transport d'énergie entre la centrale électrique à Lac-Robertson et le poste de transformation à Latabatière ont été fournies par un groupe technique d'Hydro-Québec, sont utilisées afin de valider le modèle choisi .

### **4.3 La mesure du profil de potentiel**

Le scénario utilisé par Hydro-Québec pour mesurer le profil de potentiel le long de la ligne de transmission entre Latabatière et Lac-Robertson a été utilisé pour calculer ce profil avec les trois modèles illustrés dans la section précédente. La figure 4.5 illustre le modèle de mesure d'Hydro-Québec.

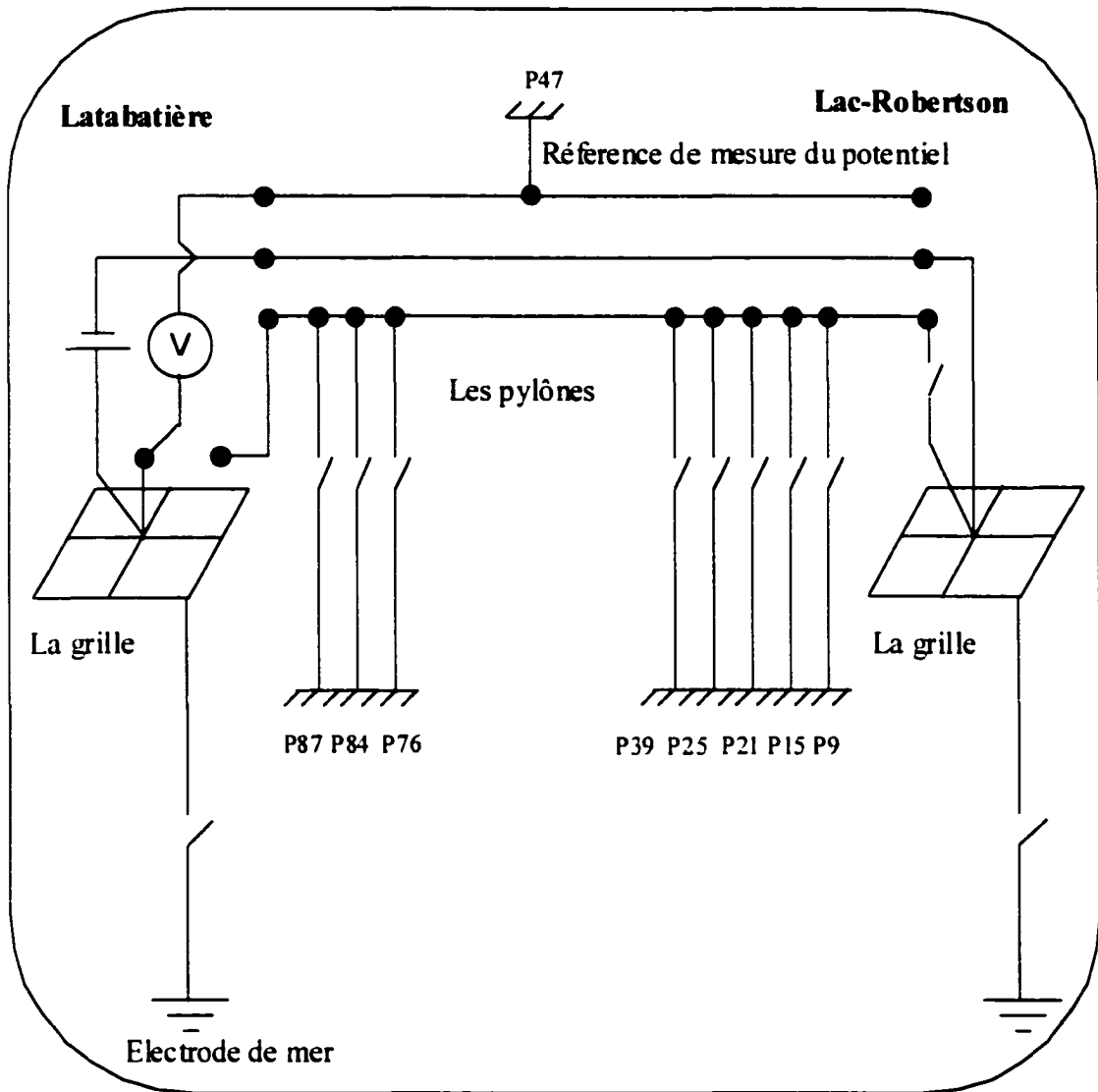


Figure 4.5 Mesure du profil de potentiel

La ligne de transport d'énergie à 69 kV illustrée à la figure 4.5 a été mise hors service, un courant est injecté dans le conducteur de centre. Le conducteur de gauche est mis à la terre au pylône P47 et sert de référence à la mesure du potentiel. Le conducteur du côté droit est mis à la terre successivement à plusieurs pylônes.

Le courant continu dont la polarité est inversée régulièrement est injecté entre les deux grilles de malt. Le potentiel des pylônes P9, P15, P21, P25, P39, P76, P83 et P87 est mesuré par rapport au pylône P47. Les résultats de mesure sont présentés sur le tableau 4.1 comme suit :

Tableau 4.1  
Mesure de potentiel

Emplacement	X(m)	Y(m)	Points de mesure	Distance (m) à RBN	Électrode RBN branchée	Électrode RBN débranchée
					V/I (mΩ)	V/I(mΩ)
RBN	265287	5651355	RBN/P47	0	-890	-5840
P09	264749	5649485	P09/P47	1946	-200	-480
P15	264515	5648078	P15/P47	3367	-170	-250
P39	265690	5642958	P39/P47	8407	-40	-50
Ref P47	266360	5641408	P47/P47	10005	0	0
P58	267928	5639600	P58/P48	12048	10	20
P72	269662	5636972	P72/P47	15034	30	40
P76	269925	5635968	P76/P47	16071	30	40
P83	269938	5634143	P83/P47	17829	40	50
P87	270660	5633865	P87/P47	18297	60	60
LAT	271092	5633787	LAT/P47	18502	280	290

#### 4.4 Calcul de l'élévation de potentiel

La figure 4.6 représente le schéma utilisé pour le calcul de l'élévation de potentiel. Un courant continu est injecté entre Latabatière et Lac-Robertson, les deux grilles sont considérées comme deux sources ponctuelles et la tension est calculée entre deux points indépendants des sources ponctuelles qui sont dans ce cas les pylônes le long de la ligne de transport d'énergie entre les deux stations.

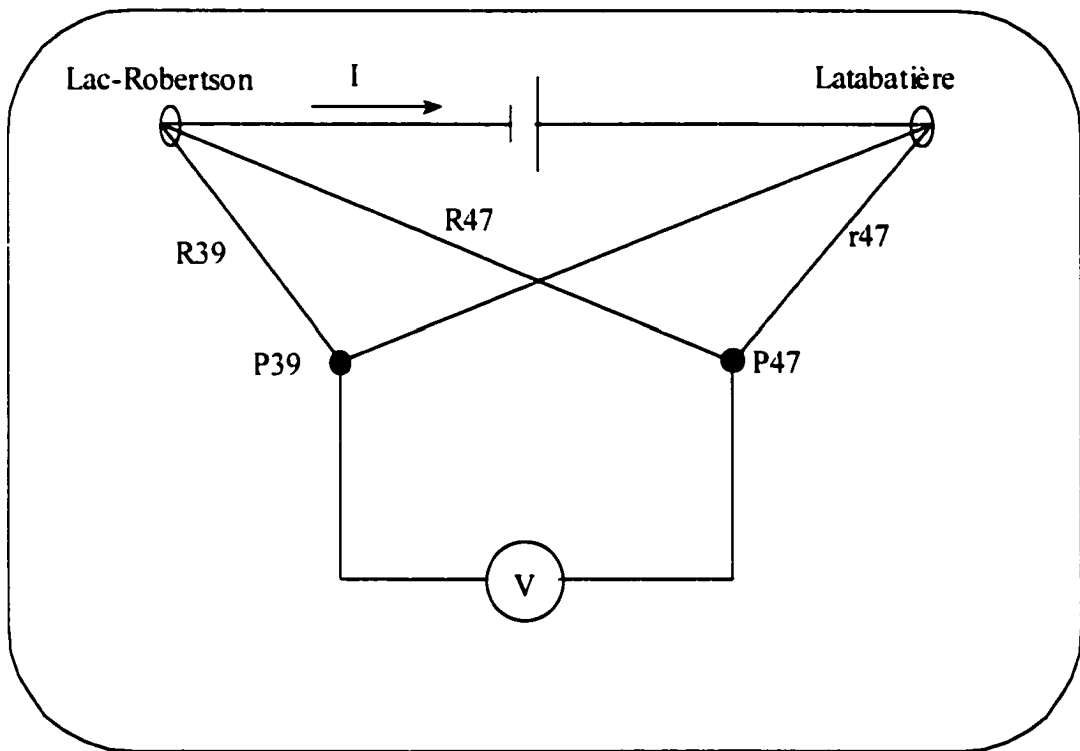


Figure 4.6 Schéma de calcul de la tension

Dans cet exemple pour calculer l'élévation de potentiel entre la référence représentée par le pylône P47 et le pylône P39, la formule suivante est appliquée :

$$V_{P47; P39} = V_{P47} - V_{P39} \quad (4.5)$$

L'équation ci haut représente la formule générale pour calculer la différence de potentiel entre deux points. Il est à mentionner ici que les composantes de l'équation (4.5) seront déterminées en appliquant les équations de calcul de potentiel spécifiques pour chaque modèle (modèle # 1, modèle # 2 et modèle # 3) et ensuite les résultats seront comparés avec les résultats de mesure pratiques pour choisir le modèle convenable.

#### 4.5 Validation du modèle choisi

De la même façon décrite dans la section précédente le potentiel électrique a été calculé entre la référence et les autres pylônes le long de la ligne de transport pour les 3 modèles. Les données suivantes pour les trois modèles sont considérées : La longueur de la ligne entre les deux stations est de 21 km, le lieu géométrique de chaque pylône est déterminé à partir des coordonnées présentées au tableau 4.1. la distance moyenne entre la ligne de transport et l'eau salée est de 1.2 km et le courant d'injection est égale à 10A.

La même installation électrique utilisée par Hydro-Québec pour mesurer le profil du potentiel le long de la ligne de transport d'énergie a été utilisée pour calculer ce profil. Les paramètres du sol considérés pour chaque modèle sont présentés au tableau 4.2 :

Tableau 4.2  
Valeurs des paramètres du sol

Paramètres	Modèle # 1	Modèle # 2	Modèle # 3
$h(m)$	0.5	0.5	0.5
$H(m)$	n. a.	50	50
$\rho_1(\Omega.m)$	20 000	10 000	5 000
$\rho_2(\Omega.m)$	0.35	30 000	20 000
$\rho_3(\Omega.m)$	n. a.	0.35	0.35
$\rho_4(\Omega.m)$	n. a.	1	n. a.

Le calcul du potentiel engendré par l'injection du courant en se servant des trois modèles précédents montre que les résultats obtenus avec le modèle # 3 sont les plus proches des mesures effectuées par Hydro-Québec.

Ce modèle est plus conservateur que les deux autres car une seule image du côté mer est utilisée dans le calcul du potentiel vu que la présence de l'eau salée contribue grandement à la diminution de la résistance de malt; ce qui va être démontré plus tard. Dans les deux autres modèles, une série d'un nombre infini des images est impliquée pour déterminer l'élévation de potentiel.

Les résultats du calcul sont montrés au tableau 4.3 avec l'erreur relative entre les valeurs calculées et mesurées et par la suite cette comparaison est graphiquement montrée sur la figure 4.7. C'est à mentionner que l'électrode de mer sur Lac-Robertson est considérée débranchée. Normalement, cette électrode joue un rôle plus important dans la diminution de la résistance de la mise à la terre que l'autre électrode de mer du côté Latabatière car de ce côté, il y a le neutre d'une ligne basse tension qui alimente un petit village qui peut être utilisée par le courant injecté. Cette situation affaiblit un peu le rôle de l'électrode de mer de ce côté.

Tableau 4.3  
Comparaison entre les résultats mesurés et calculés

Distance à Lac-Robertson (m)	V/I (mΩ) Mesuré	V/I (mΩ) calculé	% erreur relative
0	-5840	-5848	0.136
1946	-480	-496	3.225



Tableau 4.3  
(Suite)

Distance à Lac- Robertson (m)	V/I (mΩ) Mesuré	V/I (mΩ) calculé	% erreur relative
3367	-250	-240	4.166
8407	-50	-48	4.166
10005	0	0	0
12048	20	22	9.09
15034	40	40	0
16071	40	42	4.761
17829	50	50	0
18297	60	56	7.142
18502	280	285	1.754

Une autre comparaison entre les valeurs calculées et mesurées est illustrée à la figure 4.7 mais la différence entre les deux courbes n'est pas très visible. Le modèle # 3 est validé et il est utilisé pour représenter l'installation électrique et le sol.

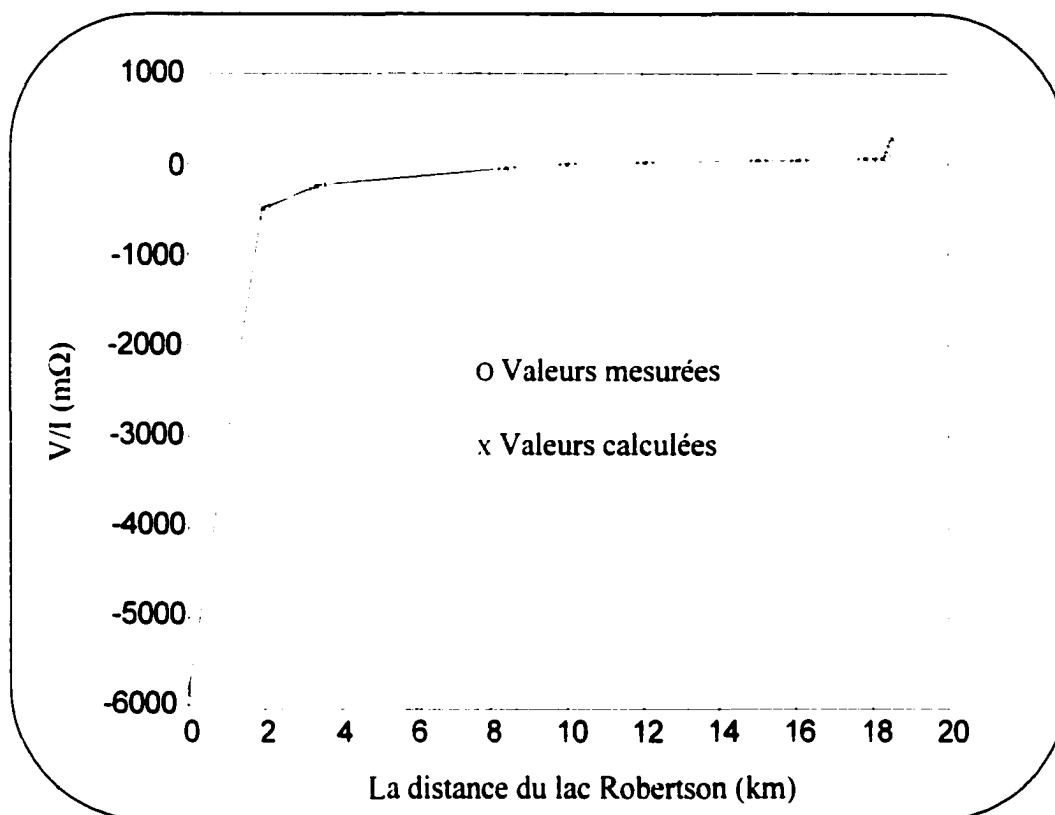


Figure 4.7 Le profil de potentiel

#### 4.6 L'effet de l'eau salée sur le profil de potentiel

Afin de mettre en évidence le rôle de l'eau salée sur le profil de potentiel, un circuit de mesure de l'élévation de potentiel est illustré à la figure 4.8. Le modèle # 3 est appliqué, un courant est injecté entre les électrodes de courant et le potentiel est calculé à plusieurs endroits en faisant varier la longueur de la ligne de transmission qui est simulée dans ce cas par la distance entre les électrodes du courant sol et la distance entre l'eau salée et les électrodes de mesure, la figure 4.9 illustre les résultats obtenus.

Le but de la variation de ces paramètres est de démontrer que le rôle de l'eau salée devient de plus en plus important dans le sens de contribuer à la diminution de la résistance de malt au fur et à mesure que la longueur de la ligne de transport augmente.

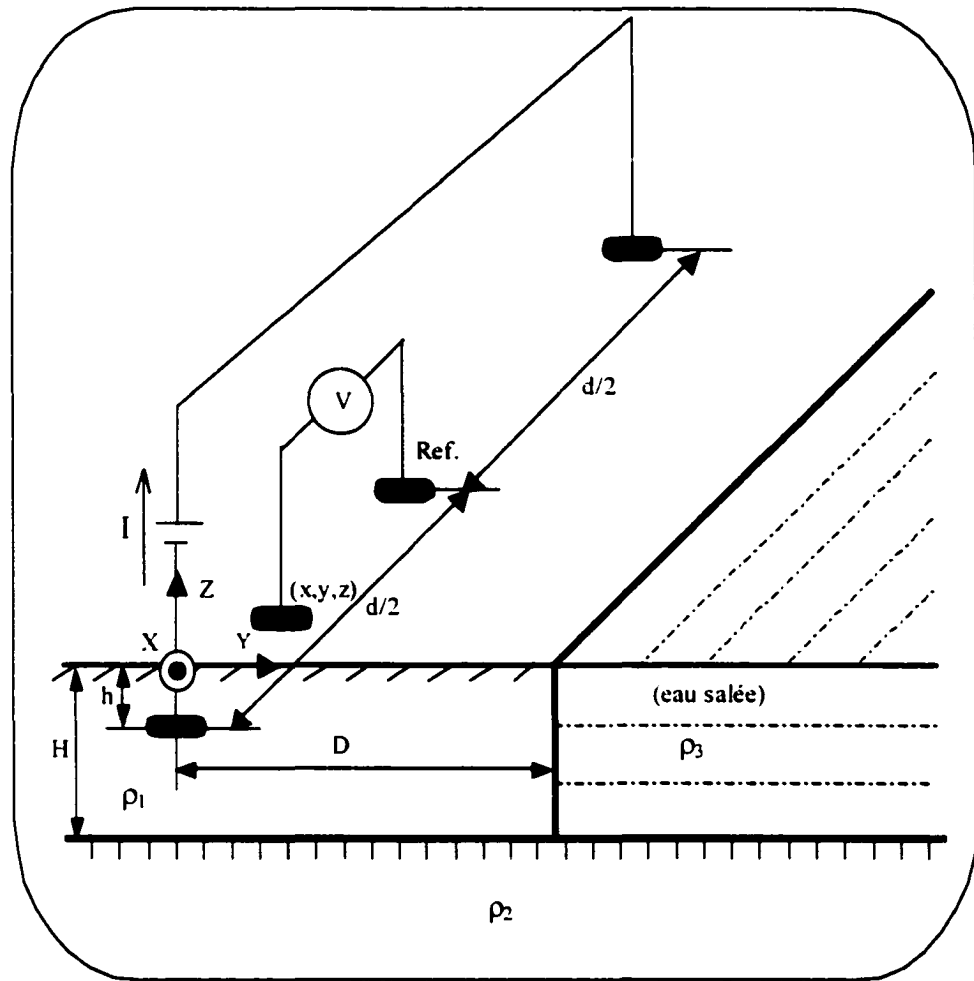


Figure 4.8 Circuit de mesure du potentiel

Le point de référence se trouve presque au mi-chemin entre les électrodes d'injection du courant et ensuite l'élévation de potentiel en un point  $(x, y, z)$  se déplaçant le long de ce chemin par rapport à la référence est mesurée. L'application de la méthode des images d'électromagnétisme décrite dans le chapitre 3 sur le modèle # 3 permet de déterminer le potentiel avec l'utilisation des paramètres suivants du sol :  $\rho_1 = 15\,000\ \Omega\cdot\text{m}$ ;  $\rho_2 = 30\,000\ \Omega\cdot\text{m}$ ;  $\rho_3 = 0.35\ \Omega\cdot\text{m}$ ;  $h = 0.5\ \text{m}$  et  $H = 50\ \text{m}$ .

Les courbes de la figure 4.9 montrent le comportement du profil du potentiel comme fonction de la distance entre la ligne de transmission et l'eau salée et de la distance entre les électrodes utilisées pour l'injection du courant. D'après la figure 4.10, nous remarquons que la présence de l'eau salée contribue de plus en plus à la diminution de la résistance de malt au fur et à mesure que la longueur de la ligne de transport d'énergie augmente.

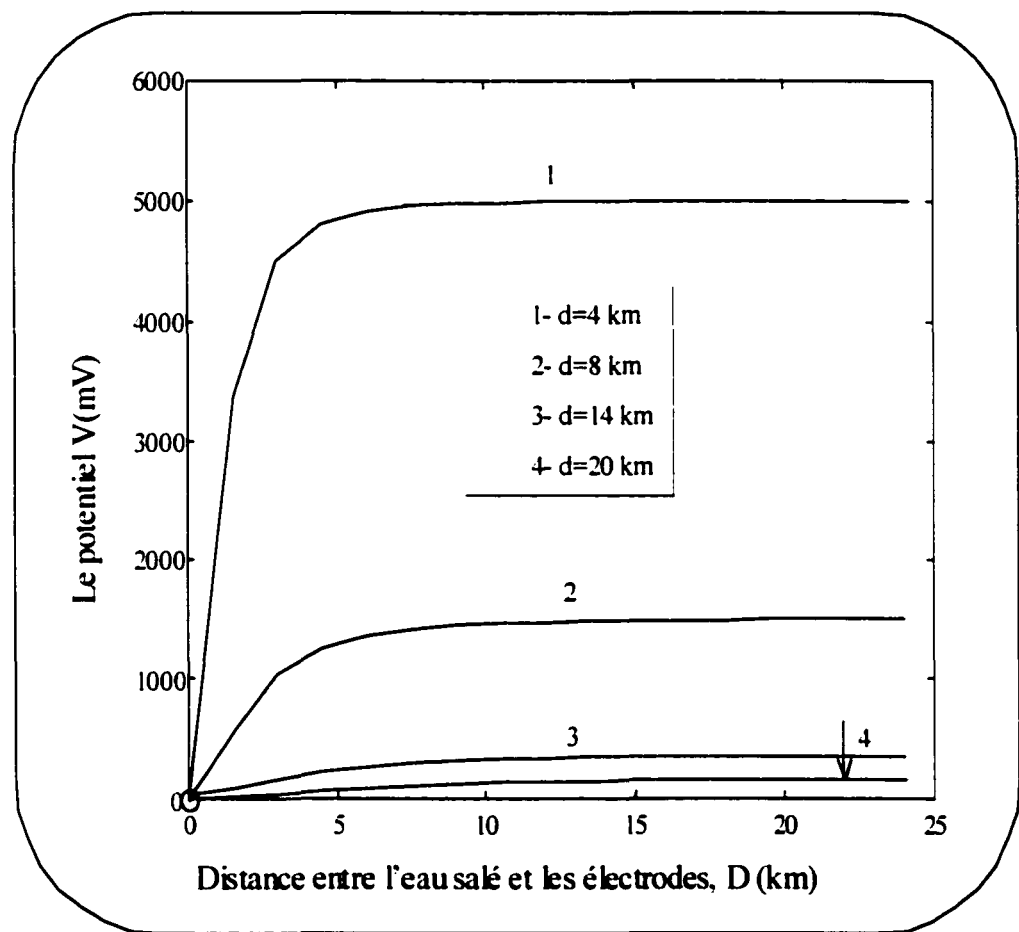


Figure 4.9 Le potentiel en fonction de la distance entre les électrodes de courant et la distance à l'eau salée

La figure 4.10 illustre la valeur normalisée du profil de potentiel le long de la ligne entre les électrodes d'injection du courant. Dans le modèle réel la ligne de transmission se trouve à une distance de presque 1.5 km de l'eau salée et de longueur de 21 km, d'après les courbes de la figure 4.10 la contribution de l'eau salée est très importante dans la production d'un profil de potentiel moins prononcé.

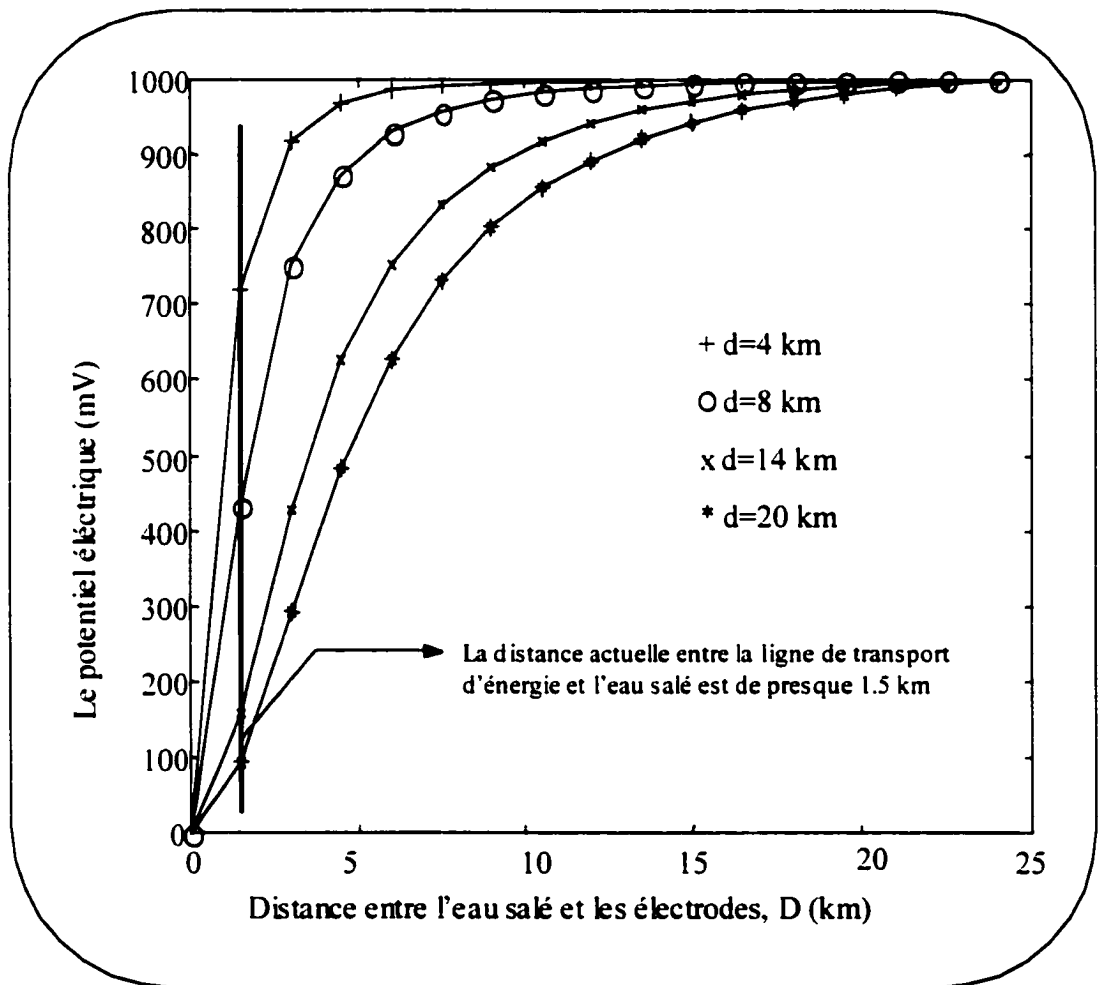


Figure 4.10 La valeur normalisée du potentiel électrique en fonction de la distance entre les électrodes de courant et la distance à l'eau salée

## **CHAPITRE 5**

### **L'EFFET DU CONTREPOIDS ET DE L'ELECTRODE DE MER SUR LE PROFIL DE LA TENSION**

La ligne de transport d'énergie est de 69 kV. Elle est construite sans fil de garde et sans contrepoids dans une région rocheuse où le taux de l'occurrence du coup de foudre est considéré très bas. Compte tenu par Hydro-Québec, les chaînes d'isolateurs ont une plus grande tenue électrique au choc que les autres opérants dans le cas de la présence d'un contrepoids ou d'un fil de garde. Des électrodes de mer relient les grilles de la mise à la terre de la centrale électrique et du poste de transformation aux deux bouts de la ligne de transport à l'eau salée.

Dans ce chapitre, l'effet de l'ajout d'un contrepoids connecté à l'eau salée par l'intermédiaire d'une électrode de mer sur la présente installation électrique sera étudié et analysé dans le but de quantifier cet effet sur le profil de l'élévation de potentiel le long de ligne de transport. L'impédance de mise à la terre du contrepoids est tout d'abord calculée, ensuite celle des électrodes de mer et finalement le réseau électrique est simulé avec ces modifications et l'élévation de potentiel est calculée et comparée avec celle des présentes conditions.

#### **5.1 Impédance de mise à la terre du contrepoids**

La figure 5.1 illustre le modèle physique d'un contrepoids représenté par un conducteur enfoui dans le sol parallèlement au réseau électrique et connecté à la structure de mise à la terre de chaque pylône le long de la ligne de transport d'énergie.

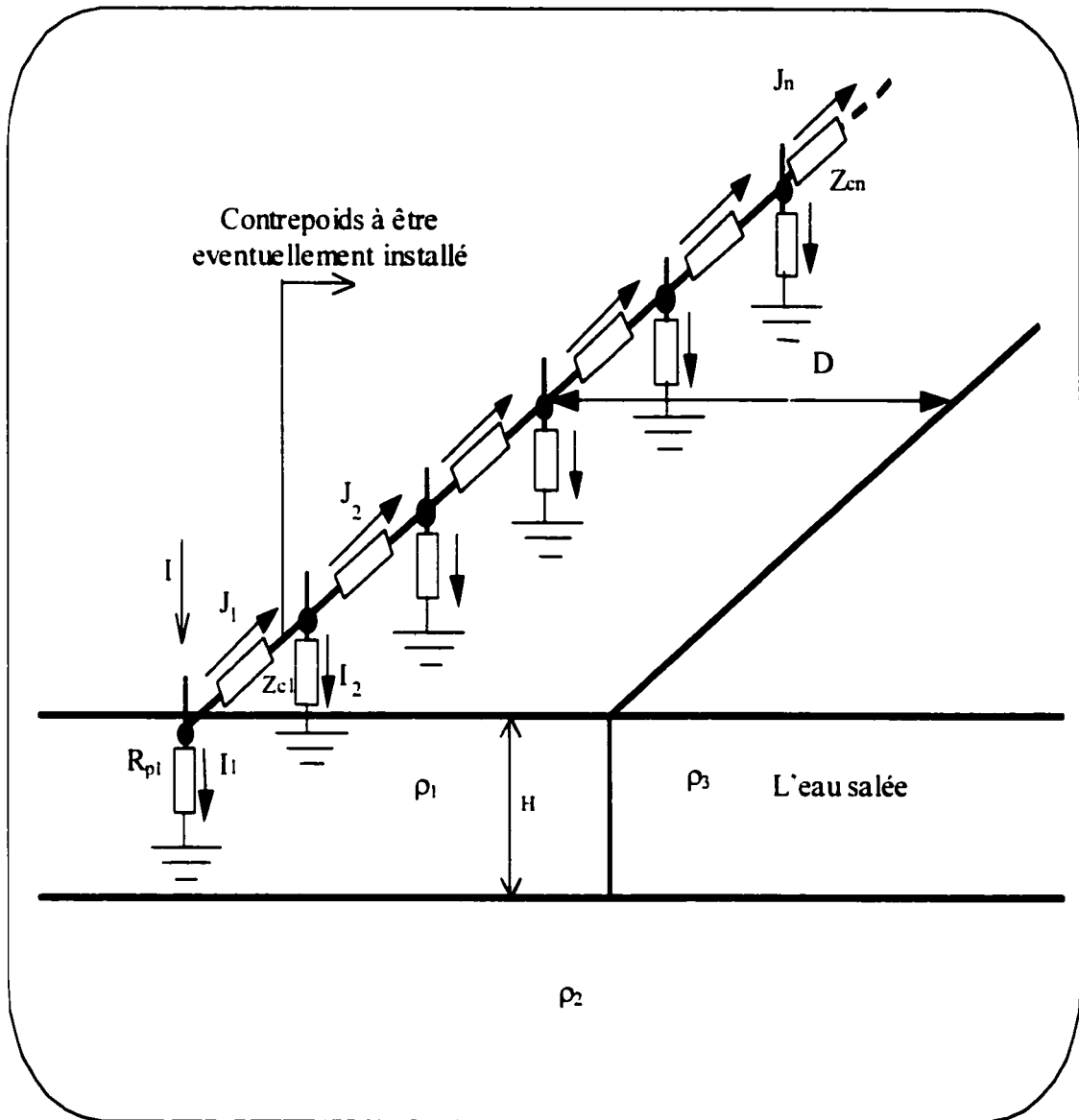


Figure 5.1 Contrepoids enfoui dans le sol

Le calcul de l'impédance de mise à la terre d'un contrepoids pour un modèle simple dans un sol homogène a été élaboré par les auteurs [19, 20]. Lorsque le modèle du sol est tel-que représenté à la figure 5.1, le calcul de cette impédance se complique à cause de la contribution des réflexions d'une partie du courant de terre à la frontière horizontale et verticale ce qui engendre un potentiel additionnel.

Dans le cas d'une prise de terre localisée ou concentrée, elle peut être considérée comme une surface équipotentielle lors du passage d'un courant de terre. Cependant, cette hypothèse n'est pas acceptable dans le cas d'une prise de terre de longueur considérable car le potentiel diminue le long du conducteur avec l'éloignement du point d'injection du courant. Cette chute de tension résultant principalement de la conduction du conducteur doit être considérée lors du calcul de l'impédance de mise à la terre du contrepoids.

La prise de terre est représentée par un modèle comportant une série d'éléments de résistance et de conductance tel qu'illustré à la figure 3.3. Le cas d'une prise de terre enfouie dans le sol est abordé au chapitre 3 et l'impédance est déterminée pour le modèle d'un sol homogène comme suit:  $Z = \sqrt{z R_d}$  où  $z$  est l'impédance caractéristique du contrepoids elle est en fonction des propriétés caractéristiques du conducteur choisi pour être implanté comme contrepoids, le lecteur est invité à consulter l'annexe B pour le calcul de  $z$ . La résistance  $R_d$  est à déterminer.

Un courant est injecté dans le contrepoids tel qu'illustré à la figure 5.1, ce courant se dissipe dans le sol et engendre une élévation de potentiel dans le sol, la résistance  $R_d$  est déterminée par la division de cette élévation de potentiel par le courant injecté. La résistance de mise à la terre du contrepoids est déterminée par l'application de la méthode des images de l'électromagnétisme et en tenant compte de la profondeur complexe du plan superconductif, développée et connue par le modèle de Dubanton [30, 31]. Les détails du développement théorique sont présentés à l'annexe C.

La résistance de terre de quelques prises de terre des pylônes a été mesurée par une équipe d'Hydro-Québec. Les valeurs mesurées de la résistance de terre ont été utilisées comme des résistances en parallèle du même circuit avec celles du contrepoids de chaque portée afin de calculer la résistance équivalente en tout noeud du système de mise à la terre de la ligne de transport.



Par exemple pour déterminer la résistance de mise à la terre vue en un point quelconque sur la structure de mise à la terre d'un pylône entre Lac-Robertson et Latabatière, un témoin qui se trouve à ce point considère trois résistances en parallèle, ce qu'il voit à droite, à gauche et le point où il est debout.

La difficulté majeure est de déterminer la résistance de mise à la terre du contrepoids pour analyser le comportement du profil de potentiel avec la présence de ce dernier, ensuite déterminer la résistance de mise à la terre de l'électrode de mer comme c'est montré dans la prochaine section et finalement déterminer la résistance équivalent du système de mise à la terre de la ligne de transport d'énergie.

## **5.2 Résistance de mise à la terre de l'électrode de mer**

L'électrode de mer consiste en un conducteur enfoui dans le sol et pénétrant une vingtaine de mètres dans l'eau salé. Le rôle de cette électrode de mer est d'assurer une connexion conductrice entre une ligne aérienne reliée à chaque grille de la mise à la terre des stations Lac-Robertson et Latabatière et la mer.

Deux électrodes de mer sont déjà installées et leur résistance de mise à la terre est mesurée par un groupe technique d'Hydro-Québec. Une troisième électrode de mer est suggérée d'être installée presque au milieu de la ligne de transport d'énergie qui sert à connecter le contrepoids à la mer.

L'utilité de la présence de cette électrode de mer sera discutée et son effet sur la résistance de malt du système sera analysé. La longueur de la ligne d'électrode varie entre 1 et 3 km, tendue dans l'air à partir de la ligne de transport d'énergie jusqu'à la plage et ensuite un conducteur sous-terrain, appelé l'électrode de mer de longueur 100 à 150 m relie la ligne d'électrode à l'eau salée. La figure 5.2 illustre le modèle actuel de l'installation électrique.

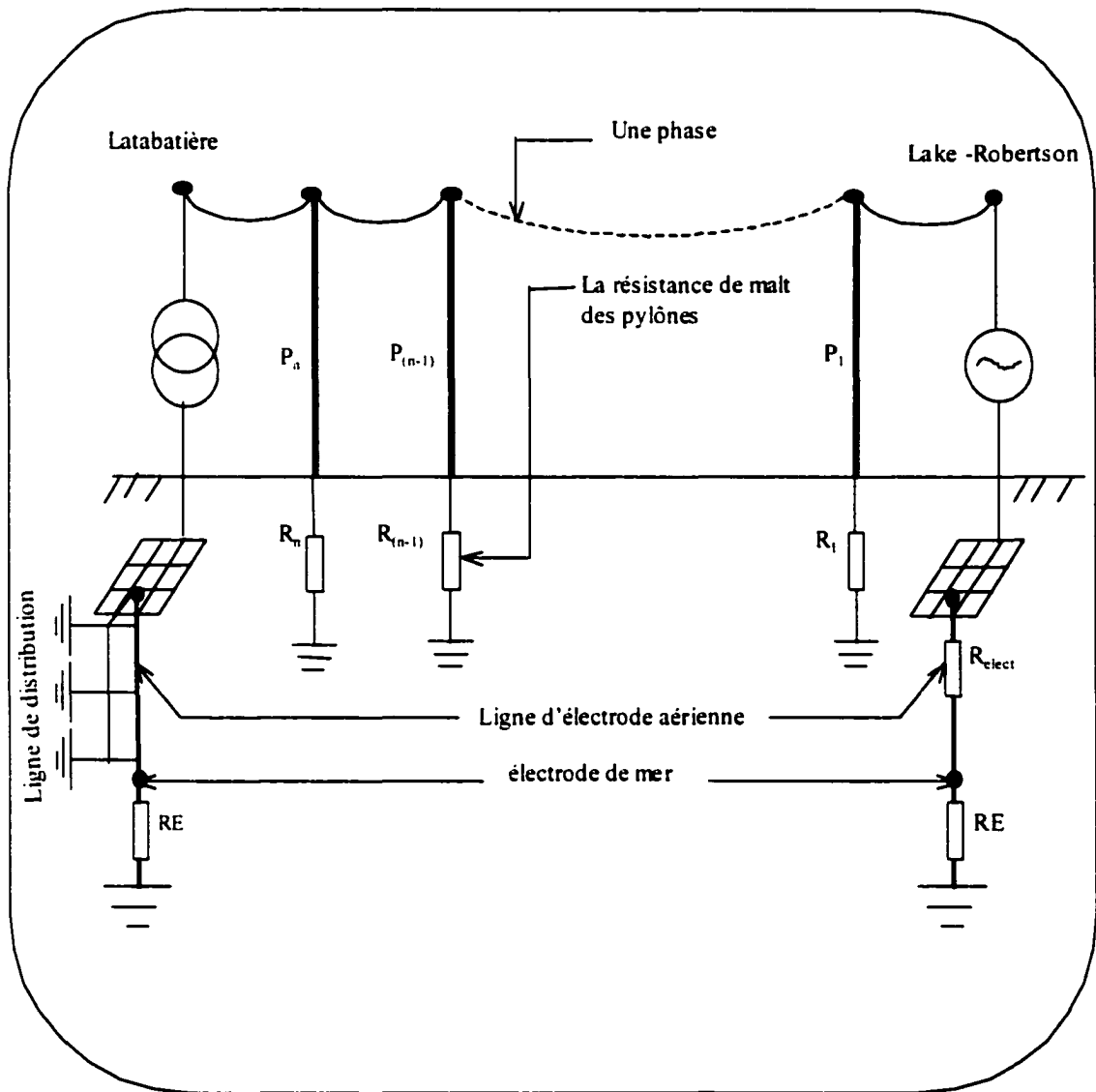


Figure 5.2 L'électrode de mer

La figure 5.2 illustre l'installation électrique actuelle entre le poste de Latabatière et la centrale de Lac-Robertson. Une ligne de distribution à basse tension alimente un petit village du côté Latabatière, le neutre de cette ligne est connecté à l'eau salé de l'océan ce qui rend la présence de l'électrode de mer de ce côté un peu moins efficace que l'autre qui se trouve du côté Lac-Robertson.

Pour déterminer la résistance de mise à la terre de l'électrode de mer qui sera éventuellement installée la méthode de segmentation est appliquée. Cette méthode consiste à diviser l'électrode de mer à un nombre de segments de dimensions très petites d'une façon que la distribution du courant sur chaque segment peut être considérée uniforme mais peut varier d'un segment à l'autre, ensuite la densité linéaire de charge sera déterminée et finalement l'élévation de potentiel est calculée en appliquant l'intégrale sur la longueur de chaque segment. Figure 5.3 illustre le processus de segmentation d'une charge linéaire :

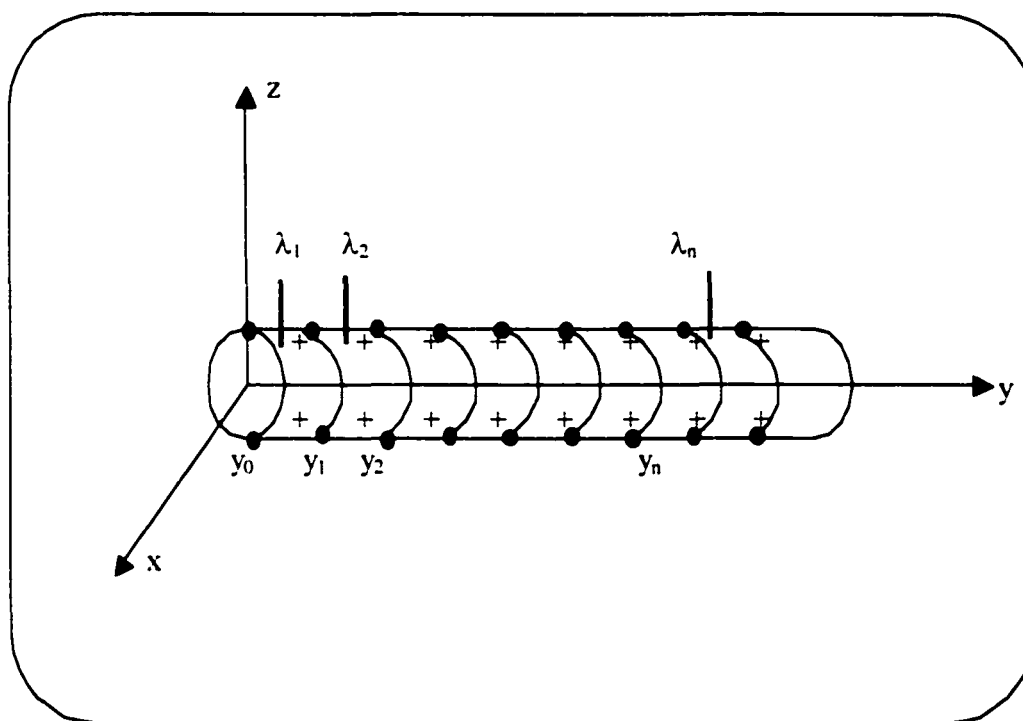


Figure 5.3 Le processus de segmentation

L'électrode de mer illustrée à la figure 5.3 est enfouie dans un sol de résistivité  $\rho$ , le plan où le potentiel doit être déterminé s'étend de la surface du conducteur à l'infini et d'autre part comme conditions frontières le potentiel  $V(\infty) = 0$  et supposons que  $V(\text{surface du conducteur}) = V_0$ . Le lecteur est invité à consulter l'annexe A pour toute information sur le développement théorique.

### 5.3 Validation de la valeur calculée de la résistance de l'électrode de mer

La résistance de la mise à la terre de l'électrode de mer a été mesurée par un groupe technique d'Hydro-Québec à Lac-Robertson et Latabatière. La valeur mesurée de la résistance de malt de l'électrode de mer à Lac-Robertson est égale à  $0.19 \Omega$ , la valeur calculée en fonction de la longueur de l'électrode est illustrée à la figure 5.4.

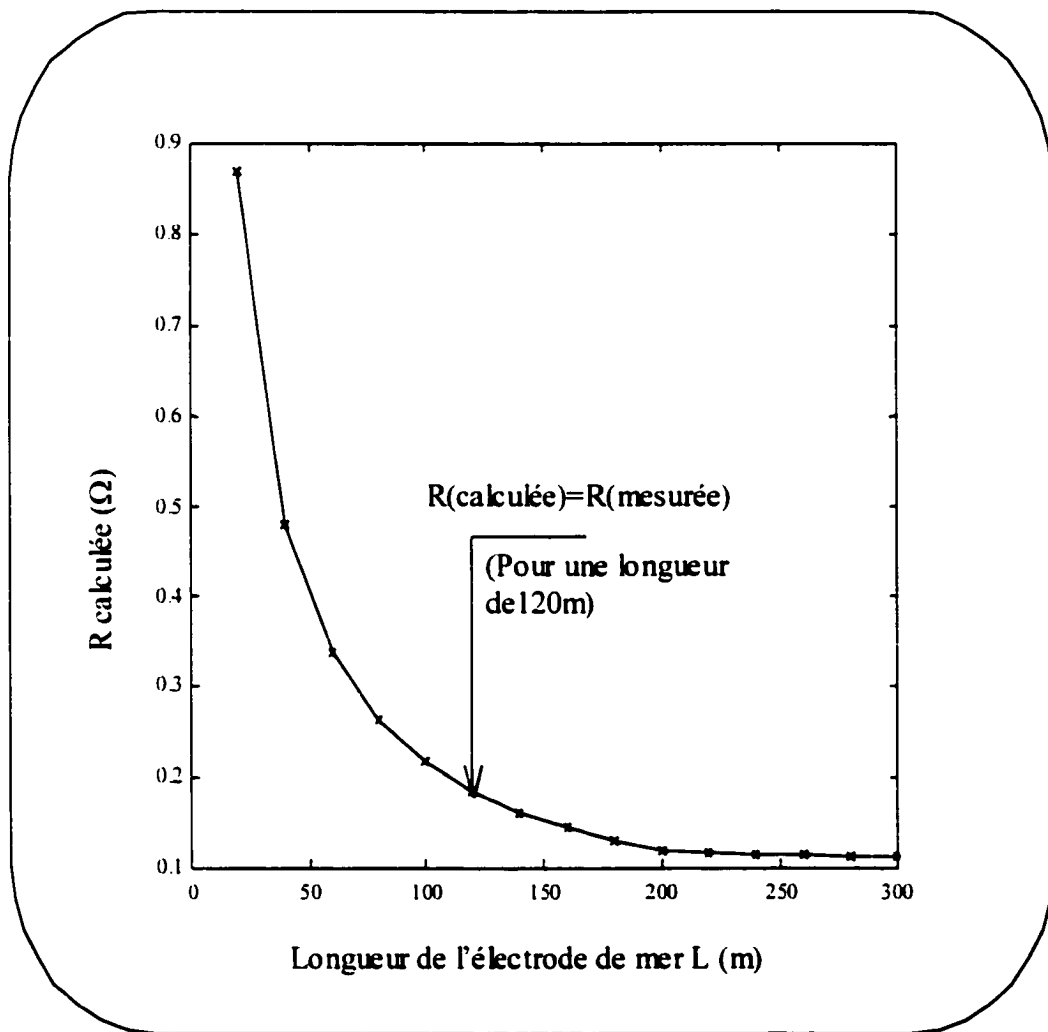


Figure 5.4 La résistance de malt de l'électrode de mer en fonction de la longueur de l'électrode de mer

Un conducteur de type (2/0 COPPER) est utilisé comme électrode de mer de rayon  $r = 5.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ . Le calcul de sa résistance se fait selon le développement théorique présenté dans l'annexe 3 avec une résistivité du sol égale à  $20\,000 \, \Omega \cdot \text{m}$  et une résistivité de l'eau salée qui est égale à  $0.35 \, \Omega \cdot \text{m}$ .

Un courant DC de 10 A est injecté dans le conducteur afin de calculer sa résistance. Dans le calcul de cette résistance et d'après les informations fournies par Hydro-Québec, on suppose que 85% de la longueur de cette électrode est enfouie dans la terre et 15% pénètre dans l'eau salée.

La figure 5.4 montre que pour un conducteur de longueur 120 m, la valeur de la résistance de malt mesurée par Hydro-Québec est égale à la valeur calculée. D'autre part d'après les simulations effectuées, à cause de la grande différence entre les valeurs de la résistivité du sol et celle de l'eau salée, cette dernière joue un rôle très important dans la diminution de la résistance de mise à la terre de l'électrode de mer car elle est vue comme un court circuit par le courant injecté ce qui a comme effet à diminuer la résistance équivalente de l'électrode.

## **CHAPITRE 6**

### **SIMULATIONS ET VALIDATION DES RÉSULTATS**

#### **6.1 Introduction**

Afin de valider les résultats obtenus et de mettre en évidence la contribution de cette recherche, le même scénario qui a été utilisé pour mesurer le profil de l'élévation de potentiel électrique le long de la ligne de transport d'énergie à 69 kV entre les stations électriques du Lac-Robertson et Latabatière est utilisé pour calculer le potentiel mais après l'ajout du contrepoids et une électrode de mer.

La ligne de transport d'énergie n'est pas munie d'un contrepoids ou un fil de garde. Lors de la prise des mesures du potentiel par Hydro-Québec, à part les grilles de mise à la terre des stations et les structures des pylônes qui sont mises à la terre par des électrodes de terre ils y avaient juste deux électrodes de mer qui relient les grilles des stations à l'eau salé. La ligne électrique a été mise hors service, une phase a été utilisée pour injecter un courant électrique entre les deux grilles et les deux autres phases ont été utilisées pour mesurer le potentiel de quelques pylônes par rapport à une référence se trouvant approximativement au milieu de la ligne.

Le même scénario de mesure a été conservé pour calculer la résistance de malt du système de la mise à la terre de la ligne de transport avec l'ajout éventuel d'un contrepoids et d'une électrode de mer au milieu de la ligne de transport d'énergie. La figure 6.1 illustre le présent système de malt de la ligne de transport d'énergie entre les deux stations avec le contrepoids et l'électrode de mer.

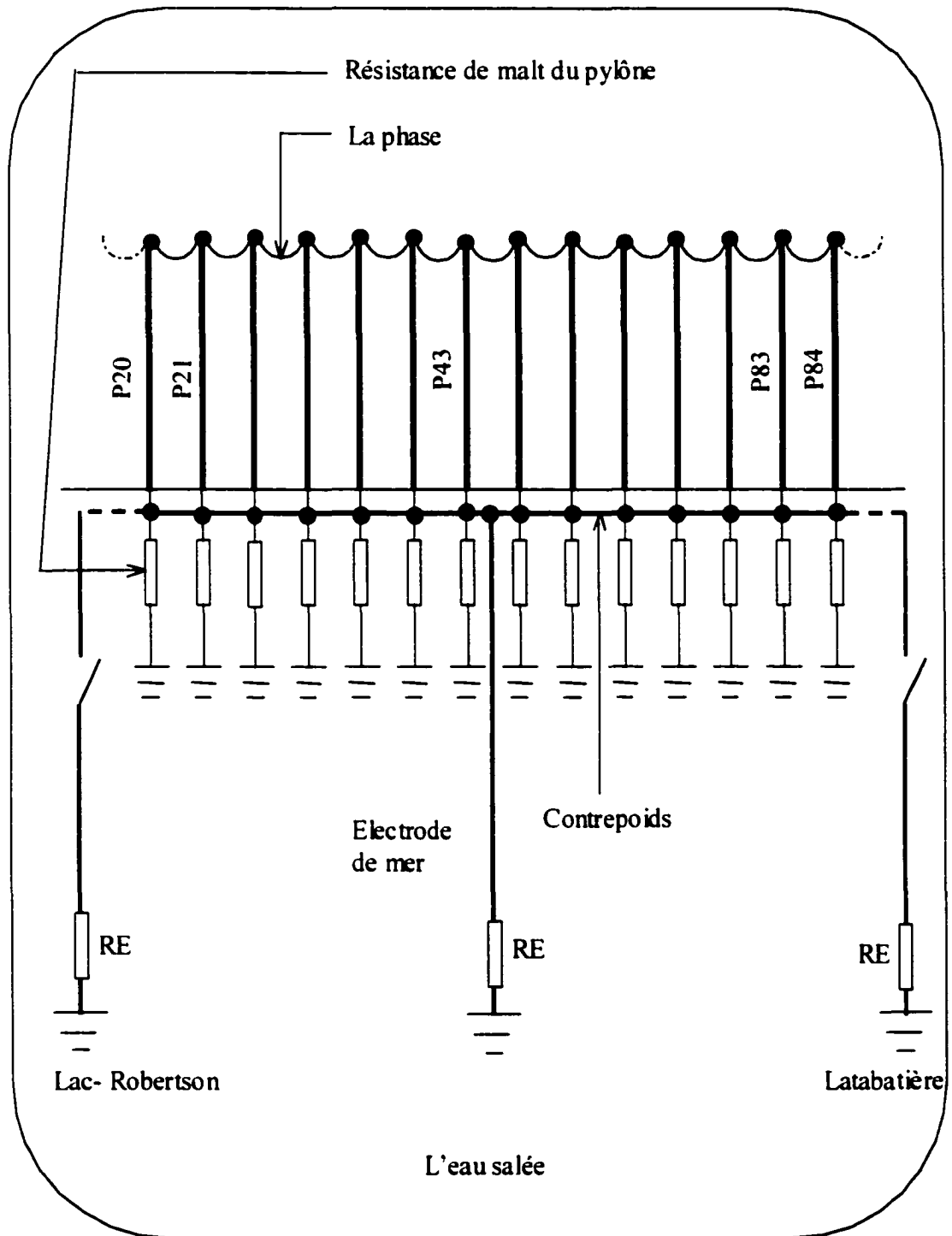


Figure 6.1 Le système de mise à la terre de la ligne d'énergie

D'après la figure 6.1, les électrodes de mer qui sont déjà installées peuvent être branchées ou débranchées lors de la prise des mesures. Pour calculer la résistance de malt du système, les résistances des pylônes fournies par Hydro-Québec sont considérées. Le tableau 6.1 illustre les valeurs des mesures:

Tableau 6.1

Les mesures de la résistance de malt des pylônes

<b>Pylônes</b>	<b>Résistance de malt en c.c. (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Emplacement du pylône</b>
P20	178	
P21	38	dépression
P30	304	
P31	478	
P42	350	
P43	336	
P47	35	dépression
P48	12	dépression
P55	393	
P56	244	
P80	90	
P81	164	
P83	246	
P84	259	



Le tableau 6.1 résume les résultats ainsi obtenus. Il ressort de ces résultats que :

- 1) La valeur de la résistance de malt des pylônes varie entre 12 et 478  $\Omega$ . Les valeurs fluctuent beaucoup d'un pylône à l'autre, ce qui est problématique lors d'un coup de foudre ou d'un court circuit sur un pylône.
- 2) Une plus faible résistance de malt peut être obtenue lorsque la prise de terre est implantée dans une dépression à proximité d'un sol plus humide et de plus grande conductivité.

## 6.2 Simulations

Les mesures ne sont pas disponibles pour tous les pylônes entre les postes de Lac-Robertson et Latabatière. Pour ceux dont les mesures ne sont pas disponibles, une résistance constante de 50  $\Omega$  est considérée. Par la théorie développée dans les annexes et le chapitre 3 et en tenant compte de la présence d'un contrepoids reliant les prises de terre des pylônes et les grilles de malt des stations électriques et une électrode de mer au milieu de la ligne de transport, les nouvelles valeurs de la résistance sont calculées.

Le but de cette recherche sera de diminuer la résistance de la mise à la terre des pylônes et de stabiliser le profil de cette résistance le long de la ligne de transport d'énergie. Pour cela, le comportement de la résistance de malt est simulé selon deux scénarios :

- a) Un contrepoids continu enfoui à une profondeur très proche de la surface du sol sera éventuellement installé.
- b) Un contrepoids continu sera éventuellement installé à une hauteur de 10 cm au-dessus du sol.

Dans les deux scénarios, une ligne d'électrode de mer reliant le contrepoids à l'eau salée en un point milieu entre les pylônes P43 et P44, sera considérée dans les simulations et le calcul de la résistance de terre de tout le système. Ces simulations visent à mettre en évidence la contribution de la présence de l'eau salée et de cette installation additionnelle à stabiliser le comportement du système de malt.

Les simulations sont effectuées avec deux conducteurs de types différents pour montrer l'influence de chaque type sur le comportement et la stabilisation du profil de la résistance de malt. Le même type de conducteur est utilisé pour le contrepoids et la ligne d'électrode de mer. Le tableau 6.2 présente les caractéristiques de chaque type de conducteur.

Tableau 6.2  
Caractéristiques des conducteurs

Type du conducteur utilisé	Rayon (m)	GMR du conducteur à 60 Hz (m)	Résistance ( $\Omega/\text{km}$ )
2/0 COPPER	$5.2 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^{-3}$	0.28
2/0 ACSR	$6.1 \cdot 10^{-3}$	$1.55 \cdot 10^{-3}$	0.45

Un programme est développé pour calculer la résistance de malt en utilisant le modèle # 3 d'un sol à deux couches horizontales de part et d'autre d'une frontière verticale. La résistance de malt du réseau d'électrodes interconnectées sur chaque pylône de la ligne de transport d'énergie est calculée en utilisant les valeurs mesurées comme résistances en parallèle et par l'application de la méthode des images présentée au chapitre 3. Une comparaison entre les profils des valeurs mesurées et calculées est illustrée à la figure 6.2.

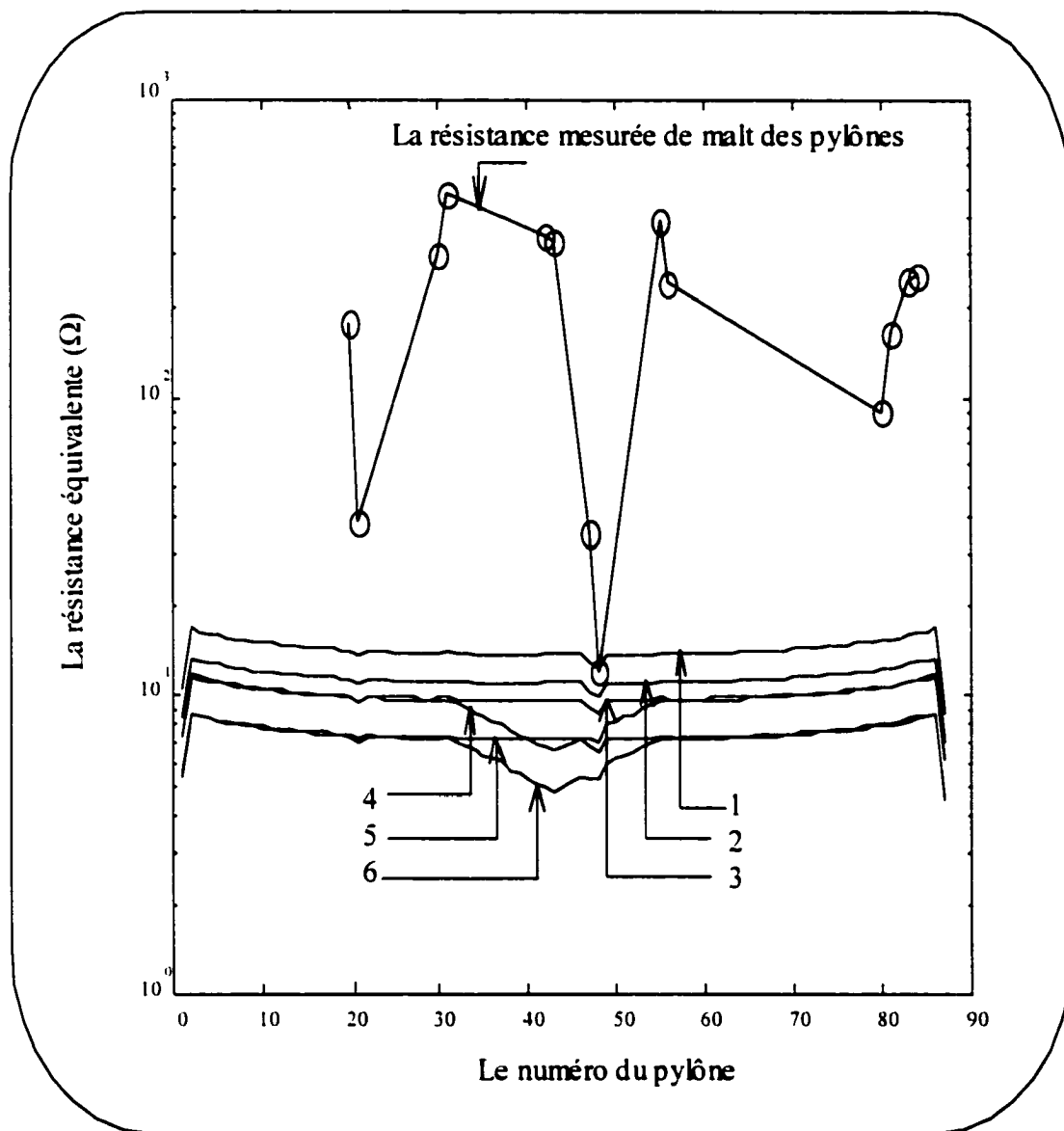


Figure 6.2 Comparaison entre les valeurs mesurées et calculées de la résistance de malt des pylônes en utilisant un conducteur de type 2/0 ACSR

La figure 6.3 représente les graphiques de la résistance de malt équivalente en utilisant un autre type de conducteur (2/0 COPPER). La légende des graphiques des figures 6.2 & 6.3 est présentée au tableau 6.3.

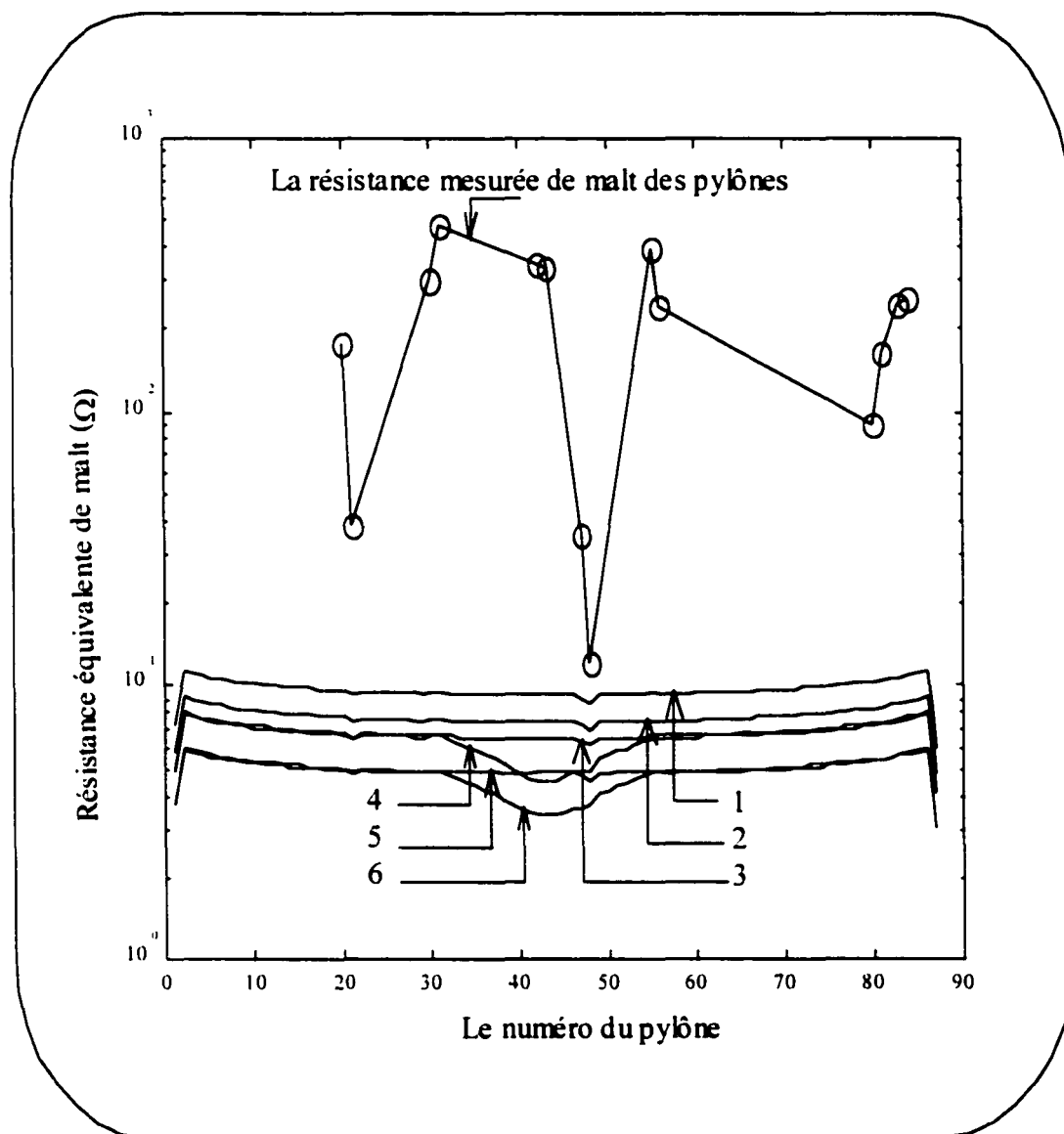


Figure 6.3 Comparaison entre les valeurs mesurées et calculées de la résistance de malt des pylônes en utilisant un conducteur de type 2/0 COPPER

**Tableau 6.3**  
**La légende des graphiques**

1. Valeurs de la résistance de malt calculées avec un contrepoids aérien à 10 cm au-dessus du sol et sans tenir compte de la présence de l'eau salée ou de la ligne d'électrode de mer au milieu.
2. Valeurs de la résistance de malt calculées avec un contrepoids enfoui dans le sol et sans tenir compte de la présence de l'eau salée ou d'une ligne d'électrode au milieu.
3. Valeurs de la résistance de malt calculées avec un contrepoids aérien à 10 cm au dessus du sol et en tenant compte de la présence de l'eau salée.
4. Valeurs de la résistance de malt calculées avec un contrepoids aérien à 10 cm au-dessus du sol et en tenant compte de la présence de l'eau salée et de la ligne d'électrode de mer au milieu.
5. Valeurs de la résistance de malt calculées avec un contrepoids enfoui dans le sol et en tenant compte de la présence de l'eau salée.
6. Valeurs de la résistance de malt calculées avec un contrepoids enfoui dans le sol et sans tenir compte de la présence de l'eau salée ou d'une ligne d'électrode au milieu.

Une autre comparaison intéressante est illustrée à la figure 6.4, elle montre le profil de potentiel mesuré entre les postes du Lac-Robertson et Latabatière et le nouveau profil de potentiel calculé après l'installation du contrepoids. Ce graphique illustre l'importance de l'installation du contrepoids sur la stabilisation de profil de potentiel.

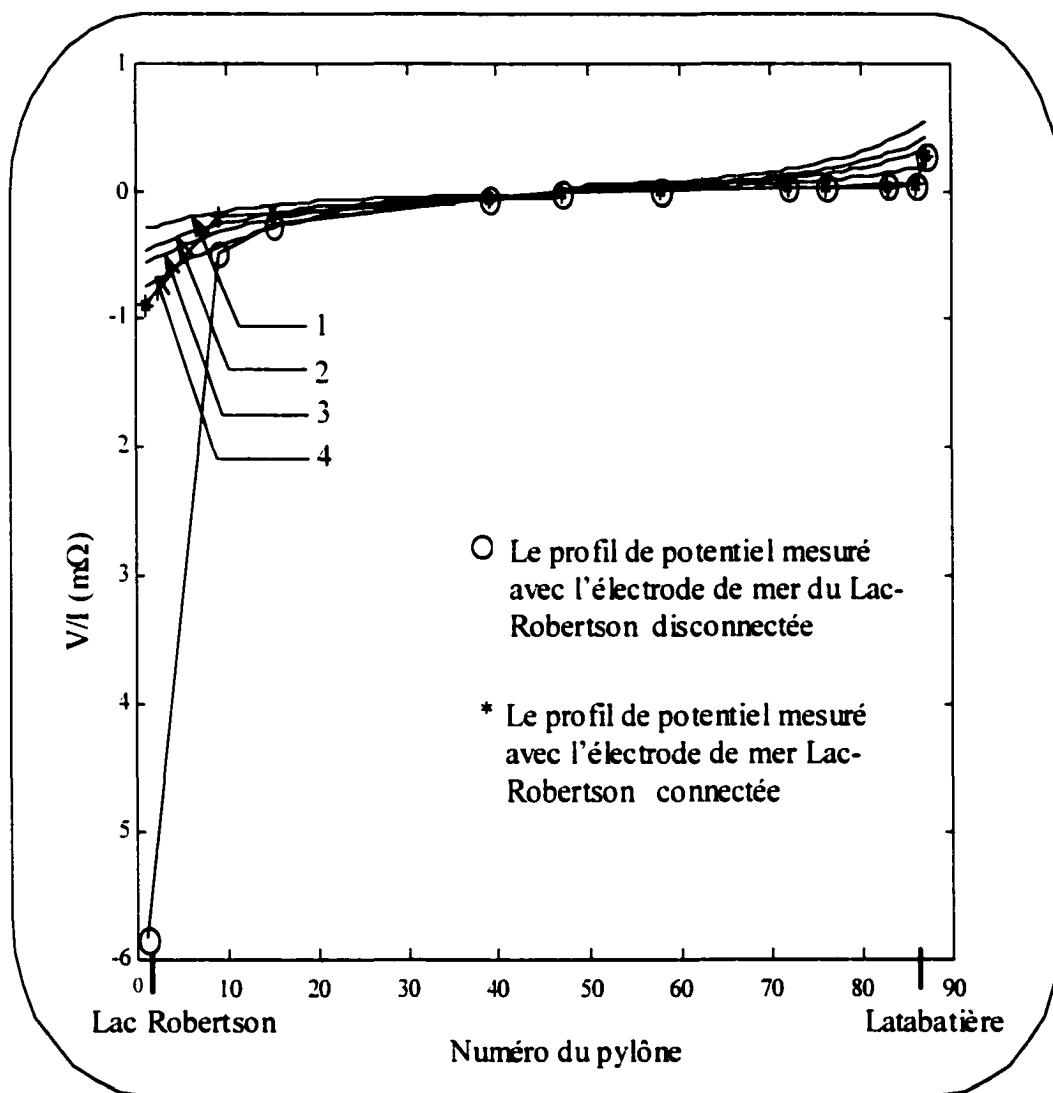


Figure 6.4 Comparaison entre le profil de potentiel mesuré et le profil calculé après l'installation du contrepoids

La légende du profil de potentiel illustré à la figure 6.4 est présentée comme suit sur le tableau 6.4.

Tableau 6.4  
Légende du profil de potentiel

2/0 COPPER	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Contrepoids enfoui dans le sol en tenant compte de la présence de l'eau salée et les électrodes de mer.</li> <li>3. Contrepoids aérien à 10 cm au-dessus du sol en tenant compte de la présence de l'eau salée et les électrodes de mer.</li> </ol>
2/0 ACSR	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Contrepoids enfoui dans le sol en tenant compte de la présence de l'eau salée et les électrodes de mer.</li> <li>4. Contrepoids aérien à 10 cm au dessus du sol en tenant compte de la présence de l'eau salée et les électrodes de mer.</li> </ol>

Après la représentation des simulations et des résultats obtenus, une analyse et discussion sont présentées à la prochaine section.

### 6.3 Analyse et discussion des résultats

Le modèle # 3 qui a été validé au chapitre 4 pour représenter le sol à deux couches horizontales de part et d'autre d'une frontière verticale est utilisé pour déterminer la résistance de malt équivalente dans quelques points le long de la ligne de transport d'énergie. Le but principal de ce projet est de diminuer l'élévation de potentiel à la surface du sol lors d'un court circuit ou d'un coup de foudre sur la ligne de transport d'énergie, autrement dit diminuer la résistance de malt du système de mise à la terre afin de faciliter l'écoulement du courant de défaut dans le sol. Plusieurs facteurs qui peuvent

influencer la résistance de malt ont été pris en considération et leurs effets ont été quantifiés :

- a) La présence de la mer à proximité d'une installation électrique peut être exploitée lors de la conception du système de mise à la terre car elle diminue la résistivité apparente sur des grandes distances. La résistivité très faible de l'eau salée facilite beaucoup l'écoulement du courant de défaut et spécialement lorsque la résistivité du sol où la prise de terre est enfouie est très élevée comme ce cas ici.

Les images de la charge engendrées dans l'eau salée contribuent à diminuer l'élévation de potentiel et de là la résistance de malt car le coefficient de réflexion est négatif et par superposition le potentiel engendré par ses images se soustrait au lieu de s'additionner au potentiel total engendré par le système. La contribution de l'eau salée à diminuer la résistance de mise à la terre de la ligne de transport à 69 kV est bien montrée à la figure 6.2 & 6.3 en regardant bien la comparaison entre les courbes 1 et 3 avec un contrepoids aérien ou les courbes 2 et 5 pour un contrepoids enfoui dans le sol.

- b) La mise à la terre des pylônes n'est assurée par aucun autre système que les supports en béton et les ancrages. La grande fluctuation entre les valeurs de la résistance de malt mesurées tel-qu'illustré à la figure 6.2 peut être supprimée par l'installation d'un contrepoids parallèle à la ligne de transport d'énergie et reliant les résistances de malt des pylônes et les grilles des postes à Latabatière et Lac-Robertson.

Un contrepoids enfoui dans le sol est plus efficace qu'un contrepoids aérien tel-que illustré à la figure 6.2 & 6.3 puisque le premier est en contact direct avec la terre mais l'installation du premier est plus coûteuse à cause de la



nature rocheuse de la région. D'autre part la résistance de malt du système avec un conducteur de type 2/0 COPPER est moins élevée que celle avec un conducteur du type 2/0 ACSR vu que le deuxième est plus résistible.

D'une manière générale la présence du contrepoids est indispensable à la réduction et la stabilisation du profil de la résistance de terre du système de malt de l'installation électrique tel-que montré selon les courbes des figures 6.2 et 6.3.

- c) Une électrode de mer telle que celles déjà implantées à Lac-Robertson et Latabatière ajoutée au milieu de la ligne et reliant le contrepoids à la mer contribue à réduire davantage le potentiel des pylônes lors d'un défaut tel-que montré aux figures 6.2 et 6.3. Cette électrode est de même type de conducteur que le contrepoids.

Les mesures de distribution du courant injecté effectuées par Hydro-Québec montrent que l'électrode de mer conduit 83.3% du courant injecté dans la grille pour le cas de la centrale Lac-Robertson ce qui met en évidence le rôle de l'électrode de mer. Dans le cas du poste Latabatière, son rôle est moins important à cause de la présence d'un réseau de distribution dont le neutre est relié à la mer.

Les courbes 4 et 6 des figures 6.2 et 6.3 illustre l'effet de l'ajout éventuel d'une électrode de mer. La partie creuse au milieu de ces courbes est causée par la présence de cette électrode ce qui donne une idée sur l'effet de l'ajout de quelques autres électrodes le long de ligne si c'est jugé nécessaire.

Les courbes de la figure 6.4 illustre une comparaison entre le profil de potentiel mesuré par Hydro-Québec avec la présence des électrodes de mer à la centrale électrique

de Lac-Robertson et le poste de transformation de Latabatière et celui calculé avec la présence du contrepoids et des électrodes de mer.

La courbe 1 qui représente le profil du potentiel calculé en tenant compte de la présence d'un contrepoids enfoui dans le sol de type 2/0 COPPER est le plus stable et il n'y a presque pas des fluctuations du potentiel le long de la ligne de transport d'énergie. La comparaison entre les courbes 1 et 2 montre une autre fois que le potentiel est moins élevé si le contrepoids est enfoui dans le sol.

Le profil de potentiel calculé avec l'ajout du contrepoids de type 2/0 ACSR est un peu plus prononcé que celui calculé avec le type 2/0 COPPER mais c'est presque stable dans le sens que le profil de potentiel ne fluctue pas comme le profil mesuré.

## **CONCLUSION**

La résistivité du sol joue un rôle essentiel dans la conception des systèmes de mise à la terre. Lorsque sa valeur est élevée, le potentiel engendré par un courant de défaut drainé au sol par une prise de terre peut dépasser les limites sécuritaires d'où l'importance de la présence d'un système de malt dont l'impédance de mise à la terre est très petite. La méthode des images d'électrostatique représente une alternative à la résolution des équations de Poisson et Laplace pour déterminer l'élévation de potentiel engendré par une charge électrique ou un courant injecté dans le sol.

La conception d'un contrepoids a été effectuée par l'application de la méthode des images et l'effet de l'eau salée a été évalué sur le comportement du profil de potentiel entre la centrale électrique à Lac-Robertson et le poste de transformation à Latabatière. Le calcul de la résistance de terre d'une électrode de mer qui sert à connecter le contrepoids à l'eau salée a été effectué par la méthode de segmentation-intégration. Le sol a été modélisé par un modèle à deux couches horizontales de part et d'autre d'une frontière verticale qui sépare la terre de la mer. L'analyse des résultats obtenus montre que :

- 1- La présence de la mer ( l'eau salée ) au voisinage d'un système de mise à la terre aide beaucoup à produire un profil de potentiel moins prononcé. La contribution de l'eau salée à diminuer l'élévation de potentiel augmente avec l'augmentation de la longueur de la ligne de transport d'énergie.

- 2- Le profil de potentiel devient insensible à la présence de l'eau salée lorsque la ligne de transport d'énergie se trouve à une certaine distance de la mer. La distance entre la mer et le système de malt est un paramètre très important qu'il faut en tenir compte lors du calcul de l'élévation de potentiel.
- 3- L'ajout d'un contrepoids continu reliant les pylônes à la grille de la centrale électrique Lac-Robertson et à celle du poste de transformation Latabatière, pourrait efficacement réduire le potentiel des pylônes lors d'un court-circuit sur la ligne. Ce contrepoids assure une mise à la terre adéquate des pylônes de la ligne et contribue à produire un profil de potentiel stable.
- 4- Un contrepoids enfoui dans le sol est plus efficace que lorsqu'il est installé un peu plus haut que la surface du sol. D'autre part, la résistance de malt du système avec un conducteur de type COPPER 2/0 est moins élevée que celle avec un conducteur type ACSR 2/0.
- 5- Une électrode de mer reliant le contrepoids à l'eau salée contribue grandement à réduire le potentiel des pylônes lors d'un défaut sur la ligne. L'implantation de cette électrode peut diminuer d'avantage la résistivité apparente du sol sur des grandes distances.
- 6- Lorsque la résistivité du sol est très élevée et à proximité de la mer, l'installation d'un contrepoids connecté à l'eau salée par une électrode de mer est indispensable à la réduction et la stabilisation du profil de potentiel le long de la ligne de transport d'énergie.

## **RECOMMANDATIONS**

La présence de l'eau salée à proximité d'une ligne de transport d'énergie est un cas rencontré dans beaucoup des pays dans le monde. L'étude de l'effet de l'eau salée sur le profil de l'élévation de potentiel ouvre la porte de la recherche sur l'exploitation de la présence des utilités électriques à proximité de la mer qui contribue à diminuer la résistivité apparente du sol, la résistance des systèmes de malt, les coûts associés à la protection de ces utilités et augmenter la marge de sécurité du personnel. Pour faire suite à ce sujet de recherche, les recommandations suivantes sont suggérées :

1. Calcul de l'impédance d'un fil de garde d'une ligne de transport d'énergie à haute tension dans un sol à deux couches et en tenant compte de la présence de l'eau salée.
2. Évaluer l'effet de l'eau salée sur le profil de potentiel lorsque la ligne de transport d'énergie est très longue et la distance  $D$  entre la ligne et la mer ne peut pas être considérée constante.
3. Calcul de l'impédance d'un système de mise à la terre d'une ligne de transport d'énergie à haute tension dans un sol à plusieurs couches et en tenant compte de la présence de la mer.

## **BIBLIOGRAPHIE**

- [1] Zabrovsky, J. (1955). Efficiency of Grounding Grids with Non-Uniform Soil, AIEE Trans. Vol.74, Part III, pp.1230-1233.
- [2] Geiges, K.S. (1957). Electric Shock Hazard Analysis, AIEE Trans. Vol.76, pp.1329-1331.
- [3] Dalziel, C.F., Massoglia, F.P. (1956). Let-Go Currents and Voltages, AIEE Trans. Vol. 75, Part II, pp.49-50.
- [4] Rogers, E.J., White, J.F. (1988). Mutual Coupling Between Finite Lengths of Parallel or Angled Horizontal Earth Return Conductors, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 1, No.4, pp.103-113.
- [5] Sobral, S.T., Vasco, G.P.F., Villalba, J.R., Mukhedkar D. (1988). Decouples Method for Studying Large Interconnected Grounding Systems Using Microcomputers - Part I - Fundamentals, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 3, No. 4, pp. 1536-1552.
- [6] Papalexopoulos, A.d., Meliopoulos, A.P., (1987). Frequency Dependent Characteristics of Grounding Systems, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. PWRD-2, No. 4, pp. 1073-1081.
- [7] Grecev, L., Dawalibi, F. (1990). An Electromagnetic Model for Transients in Grounding Systems, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 5, No. 4, pp.1773-1781.
- [8] Popovic, Lj.M. (1998). General Equations of the Line Represented by Discrete Parameters Part I - Steady State, IEEE Trans. Power Delivery, Vol.13, No. 1, pp. 295-301.
- [9] Popovic, Lj.M. (1998). General Equations of the Line Represented by Discrete Parameters Part II - Resonant Phenomena, IEEE Trans. Power Delivery, Vol.13, No. 1, pp. 302-307.

- [10] Kostic, M.B., Shirkoochi, G.H. (1992). Numerical Analysis of a Class of Foundation Grounding Systems Surrounded by Two - Layer Soil, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 8, No. 3, pp.1080-1087.
- [11] Karyakin, R.N., Solncev, V.I. (1981). Calculation of the Grounding Resistance of the Reinforced Concrete Foundations, Electrical Engineering, No. 8, pp. 42-44.
- [12] Grecev, L. (1992). Computation of Transient Voltage Near Grounding Systems Caused by Lightning Currents, IEEE Trans. Power Delivery, pp. 393-400.
- [13] Dawalibi, F.P., Ma, J., Southey, R.D. (1993). Behavior of Grounding Systems in Multi - layer Soils: a Parametric Analysis, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 9, No. 3, pp. 334-342.
- [14] Ma, J., Dawalibi, F.P., Daily, W.K. (1993). Analysis of Grounding Systems in Soils with Hemispherical Layering, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 8, No. 4, pp. 1773-1781.
- [15] Xiong, W., Dawalibi, F.P. (1987). Transient Performance of Substation Grounding Systems Subjected to Lightning and Similar Surge Currents, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 9, No. 3, pp. 1412-1420.
- [16] Daily, W.K., Dawalibi, F.P. (1994). Measurements and Computations of Electromagnetic Fields in Electric Power Substations, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 9, No. 1, pp.324 - 333.
- [17] Lagacé, P.J., Fortin, J., Crainic, E.D., (1998). Interpretation of Resistivity Sounding Measurements in N-Layer Soil Using Electrostatic Images, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 11, No. 3, pp.1349-1355,
- [18] Popovic, Lj.M. (1998). Practical Method for Evaluating Ground fault Current Distribution in Station, Towers and Ground wire, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 13, No. 1, pp.123-128.
- [19] Dawalibi, F. (1982). Transmission Line Grounding, EPRI EL-2699, Vol. 1, Project 1494-1.
- [20] Verma, R., Mukehdkar, D. (1979). Ground Fault Current Distribution in Substations, Towers and Ground Wire, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-98, No. 3, pp. 724-730.
- [21] IEEE Standard 80 (1976), IEEE Guide for Safety in Substation Grounding.

- [22] Dalziel, C.F., LEE, W.R. (1968). Reevaluation of Electric Currents, IEEE Trans., Vol. IGA – 4, pp. 467–476.
- [23] Wildi, T. (1992). Electrotechnique, Les presses de l'université de Laval (2<sup>e</sup> éd), pp. 789–790
- [24] Mukhedkar, D., Gervais, Y., Lagace P.J., Lin, H., Zhou, Q., Xu, X., Dong, X., Liu, X. (1987). Earth Resistivity Measurements and Current Density Calculation for Toroidal HVDC Ground Electrodes, IEEE/CSEE Conference proceedings on High Voltage Transmission Systems in China, Beijing, China, pp.513-518
- [25] Greiss, H., Mukhedkar, D., Lagace, P.J. (1989). Transient Analysis of Heat Dissipation Due to A HVDC Ground Electrode, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 4, No. 2, pp. 916–920.
- [26] Greiss, H., Mukhedkar, D., Houle, L., Do, X.D., Gervais, Y. (1988). HVDC Ground Electrode Heat Dissipation in an N – Layer Soil, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 3, No. 4, pp. 1369–1374.
- [27] Gerald, C.F., Wealty, O.P. (1984). Applied Numerical Analysis, Addison – Wesley Publishing Company, (Third Edition), pp. 399–454.
- [28] Tagg, G.F. (1964). Earth Resistances, George Newness LTD, London.
- [29] Sunde, E.D. (1968). Conduction Effects in Transmission Systems, New York: Dover Publications Inc.
- [30] Deri, A., Tevan, G., Semeylen, A., Castanheira, A. (1981). The Complex Ground Return Plane, A Simplified Model for Homogeneous and Multilayer Earth Return, IEEE Trans. PAS-100, No. 8, pp. 3686–3693.
- [31] Rogers, E.J., White, F.J. (1989). Mutual Coupling Between Finite Lengths Parallel or Angled Horizontal Earth Return Conductors, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 1, No. 4, pp. 103–113.
- [32] Carson, J.R. (1926). Wave Propagation in Overhead Wires With Ground Return, Vol. 5, pp. 539–554.
- [33] Georges, S., Slaoui, F., Lagacé, P.J., Lavoie, M., Do, X.D.(1997). Behavior of Neutral Impedance of a Power Transmission Line in Two Layer Soil Using Superconductive Return Plane in the Earth, The Proceedings of the Fourth IEEE International Conference on Electronics, Circuits & Systems, pp. 410-415.



- [34] Georges, S., Slaoui, F., Lagacé, P.J., Do, X.D., Fortin, J. (1999). Evaluation of the Effect of Salt Water and a Counterpoise on the Voltage Profile of a HV Power Transmission Line Grounding System in a Two Layer With High Resitivity Soil, The Proceedings of the IEEE Power Engineering Society 1999 Summer Meeting, pp. 1016-1021.
- [35] Kraus, J.D., Carver, K.R. (1973). Electromagnetics, McGraw-Hill (Second Edition).
- [36] Slaoui, F., Georges, S., Lagacé, P.J., Do, X.D., Fortin, J. (1999). Interpretation des mesures de résistivité dans un sol multicouche, Troisième conférence internationale sur l'automatisation industrielle, pp. 17.17-17.20.
- [37] Georges, S., Slaoui, F., Lagacé, P.J., Do, X.D., Fortin, J. (2000), Practical Case Study for Evaluating Grounding System Impedance of Near Salt Water Electric Power Installation, IEEE Trans. Power Engineering Society (soumis pour publication).
- [38] Slaoui, F., Georges, S., Lagacé, P.J., Do, X.D. (2001). Fast Processing of Resistivity Sounding Measurements of N-Layer Soil, The Proceedings of the IEEE Power Engineering Society 2001 Summer Meeting.

**ANNEXE A**  
**Calcul de la résistance de l'électrode de mer**

La méthode de segmentation est utilisée pour déterminer la résistance de malt de l'électrode de mer. Un courant  $I$  est injecté dans le conducteur de la figure 5.3 qui montre le processus de segmentation, ce courant est représenté par la somme des courants dans tous les segments :

$$I = \sum_{i=1}^n I_i \quad (\text{A.1})$$

La densité linéaire de la charge est  $\lambda(y) = \lambda_n$  pour  $y \in [y_{n-1}, y_n]$ , la charge électrique engendrée par un segment  $dy$  est représentée par  $dQ = \lambda(y)dy$ . Le potentiel électrique en un point  $P(x,y,z)$  à la surface du conducteur engendré par la charge  $dQ$  est représenté comme suit :

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{dQ}{\sqrt{x^2 + (y - y_1)^2 + z^2}} \quad (\text{A.2})$$

Où :  $\epsilon$  est la permittivité absolue du milieu où le conducteur est enfoui.

Le conducteur est de rayon  $a$ , ce rayon peut être représenté en fonction des coordonnées  $x$  et  $y$  par la relation suivante :  $a^2 = x^2 + z^2$ ; remplaçons dans (A.2), le potentiel sera représenté comme suit :

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[ \int_{y_0}^{y_1} \frac{\lambda_1 dy}{\sqrt{a^2 + (y - y_1)^2}} + \dots + \int_{y_{n-1}}^{y_n} \frac{\lambda_n dy}{\sqrt{a^2 + (y - y_n)^2}} \right] \quad (\text{A.3})$$

Supposons que  $y_1 = y_0 + \Delta y/2$  l'équation (A.3) peut être écrite sous cette forme :

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[ \int_{y_0}^{y_1} \frac{\lambda_1 dy}{\sqrt{a^2 + (y - y_0 - \Delta y/2)^2}} + \dots + \int_{y_{n-1}}^{y_n} \frac{\lambda_n dy}{\sqrt{a^2 + (y - y_0 - n\Delta y/2)^2}} \right] \quad (\text{A.4})$$

Le potentiel est assumé constant à la surface du conducteur, il peut être représenté par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
V_0 &= c_{11}\lambda_1 + c_{12}\lambda_2 + c_{13}\lambda_3 + \dots + c_{1n}\lambda_n \\
V_1 &= c_{12}\lambda_1 + c_{11}\lambda_2 + c_{12}\lambda_3 + \dots + c_{1(n-1)}\lambda_n \\
&| \\
&: \\
&| \\
V_{n-1} &= c_{1n}\lambda_1 + c_{1(n-1)}\lambda_2 + c_{1(n-2)}\lambda_3 + \dots + c_{11}\lambda_n
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
c_{11} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon} \ln \left( \frac{\frac{\Delta y}{2} + \sqrt{a^2 + \left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2}}{-\frac{\Delta y}{2} + \sqrt{a^2 + \left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2}} \right) \\
&| \\
&: \\
&| \\
c_{1n} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon} \ln \left( \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right)\Delta y + \sqrt{a^2 + \left(\left(n - \frac{1}{2}\right)\Delta y\right)^2}}{\left(n - \frac{3}{2}\right)\Delta y + \sqrt{a^2 + \left(\left(n - \frac{3}{2}\right)\Delta y\right)^2}} \right)
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Le système d'équations (A1.5) peut être représenté sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdot & \cdot & c_{1n} \\ c_{12} & c_{11} & \cdot & \cdot & c_{1(n-1)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{1n} & c_{1(n-1)} & \cdot & \cdot & c_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_n \end{bmatrix} \tag{A.7}$$

La densité linéaire de la charge  $\lambda$  sera déterminée du système (A.7), la charge électrique totale :

$$Q = (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)dy = \varepsilon \rho I_0 \quad (\text{A.8})$$

Où :  $\rho$  est la résistivité du sol entourant le contrepoids. Le courant  $I_0$  correspondant au potentiel unitaire  $V_0$  est déterminé à partir de cette dernière relation, d'autre part le courant injecté  $I$  est connu, l'élévation de potentiel  $V$  correspondante à  $I$  est calculée et la résistance de mise à la terre du contrepoids est déterminée par la relation

suivante :  $R = \frac{V}{I}$  :

## **ANNEXE B**

### **Calcul de l'impédance propre d'un conducteur de longueur infinie**

D'après le développement théorique dans le chapitre 5, l'impédance de mise à la terre d'un contrepoids est déterminée par la relation suivante :

$$Z = \sqrt{z R_d} \quad (\text{B.1})$$

$R_d$  est la distribution de la résistance du contrepoids

$z$  est l'impédance propre du conducteur par unité de longueur;

$$z = z_c + z_a \quad (\text{B.2})$$

Où :

$z_c$  est l'impédance caractéristique du conducteur

$z_a$  est une impédance additionnelle, elle a été analysée par J.R. Carson [32], ce terme est ajouté pour tenir compte de la présence d'une résistivité du sol non nulle  $\rho > 0$ . La valeur de  $z_a$  peut être déterminée si l'intensité du champ électrique dans le sol est connue.

Les équations de Maxwell reliant la circulation d'un courant dans un conducteur, le champ magnétique engendré par ce courant autour du conducteur et le champs électrique induit par le champ magnétique permettent d'écrire la relation suivante :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\nabla} \times \frac{\vec{B}}{\mu} \quad (\text{B.3})$$

où :

$J$  est la densité du courant

$\sigma$  est la conductivité du conducteur

$E$  est le champ électrique

$H$  est l'intensité du champ magnétique

$B$  est la densité du champ magnétique

$\mu$  est la perméabilité absolue du conducteur

Le champ électrique maximal à la surface du sol sera déterminé [32] par la relation suivante :

$$E_{\max} = \frac{I}{\sigma\pi} \int_0^{\infty} (m - \sqrt{m^2 - k^2}) e^{-2hm} dm \quad (\text{B.4})$$

Où :

$k$  est la constante de propagation

$$k = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} = \alpha + j\beta \quad (\text{B.5})$$

Où :

$\alpha$  est le coefficient d'amortissement

$\beta$  est le coefficient de phase

Dans le cas où la permittivité serait considérée très proche de zéro ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ), les simplifications suivantes peuvent être effectuées :

$$k = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = (1 + j)\sqrt{\omega\mu\sigma/2} = \sqrt{2}e^{j\pi/4}\sqrt{\omega\mu\sigma/2} \quad (\text{B.6})$$

$$\alpha = \beta = \sqrt{\omega\mu\sigma/2} \quad (\text{B.7})$$

$$|k| = \sqrt{\omega\mu\sigma} \quad (\text{B.8})$$

$$k = \sqrt{j}|k| = |k|e^{j\pi/4} \quad (\text{B.9})$$

Pour les courants injectés à basse fréquence ou aux fréquences industrielles (50–60 Hz), l'impédance additionnelle  $z_a$  est déterminée comme suit :

$$\begin{aligned} z_a &= \frac{\omega\mu}{\pi} \left[ \frac{\pi}{8} + j \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{1.7811p} \right) \right] \\ &= \frac{\omega\mu}{8} + j \frac{\omega\mu}{2\pi} \left[ 1.193 + \ln \frac{1}{1.7811p} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$



Où :

$$p = 2h|k| = 2h\sqrt{\frac{\omega\mu}{\rho}};$$

$h$  est la hauteur du conducteur au-dessus du sol

$\rho$  est la résistivité du sol.

D'où  $R_a$  et  $L_a$  sont la résistance et l'inductance de la terre par unité de longueur.

Avec  $R_a = \frac{\omega\mu}{8}$  et  $L_a = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1.85}{p}$ ; L'impédance propre d'après la même référence est déterminée comme suit :

$$\begin{aligned} z_p &= R_c + \frac{\omega\mu}{8} + j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1651.52 \sqrt{\frac{\rho}{\omega}}}{re^{-0.25}} \\ &= R_c + \frac{\omega\mu}{8} + j\omega \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1651.52 \sqrt{\frac{\rho}{\omega}}}{r_g} \quad (B.11) \\ &= R_p + j\omega L_p \end{aligned}$$

Où :

$r_g = re^{-0.25}$  est le rayon géométrique moyen du conducteur, il a été établi sur la base de mesures. La résistance propre et le rayon géométrique moyen des conducteurs typiques peuvent être déterminés directement à partir du tableau B.1 :

Tableau B.1

La résistance longitudinale propre et le rayon géométrique moyen de conducteurs typiques

Type du conducteur	$R_p$ ( $\Omega/\text{km}$ )	$r_g$ (m) à 60 Hz
#5 SWG STEEL	7.00	$1.0 \cdot 10^{-5}$
5/16" STEEL	4.90	$1.0 \cdot 10^{-5}$
3/8" STEEL	4.20	$1.0 \cdot 10^{-5}$
7/16" STEEL	3.51	$1.0 \cdot 10^{-5}$
7#8 COPPER WELD	1.32	$9.8 \cdot 10^{-4}$
7#7 COPPER WELD	1.05	$1.1 \cdot 10^{-3}$
336-MCM ACSR	0.19	$7.3 \cdot 10^{-3}$
477-MCM ACSR	0.121	$9.1 \cdot 10^{-3}$
N° 2 COPPER	0.55	$2.7 \cdot 10^{-3}$
2/0 COPPER	0.28	$3.8 \cdot 10^{-3}$

L'impédance propre du contrepoids est déterminée par l'équation (B.11), il reste à déterminer la résistance de mise à la terre du contrepoids comme s'est montré à la prochaine annexe.

## **ANNEXE C**

### **Calcul de la résistance de mise à la terre du contrepoids**

### C.1 Le contrepoids est au-dessus du sol

Le système de mise à la terre de la ligne de transport d'énergie est illustré à la figure C.1. C'est un système de prises de terre représentant les électrodes de mise à la terre des pylônes connectées au contrepoids. Les résistances de ces électrodes sont déjà mesurées par une équipe technique d'Hydro-Québec et leurs valeurs sont connues.

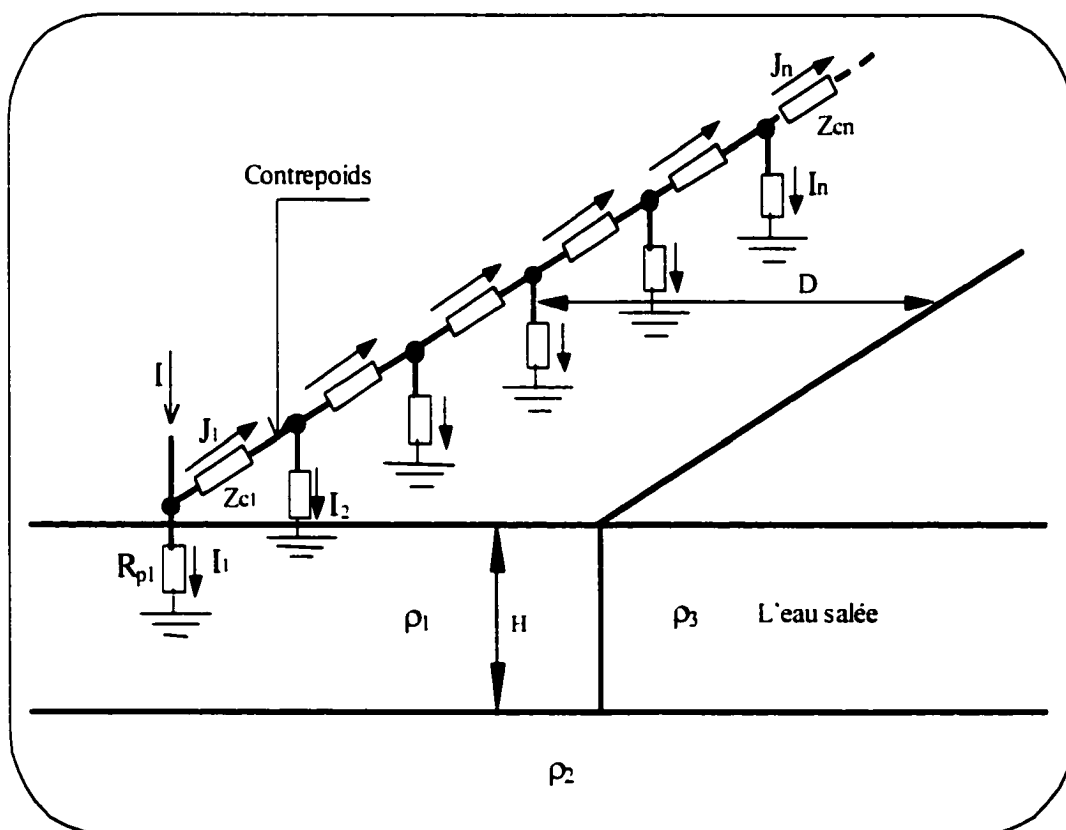


Figure C.1 Système des électrodes interconnectées

Dans le cas où le contrepoids se trouverait au-dessus du sol comme un conducteur aérien, il faut tenir compte de deux effets qui influencent l'impédance de mise à la terre du système :

a) *L'effet de l'impédance mutuelle entre les prises de terre connectées :*

Un système de prises de terre connectées est une connection de deux ou plusieurs prises de terre simples. Les prise de terre connectées permettent de réduire la résistance de terre et d'améliorer la répartition du potentiel à la surface du sol. La figure C.2 représente un système de prises de terre interconnectées

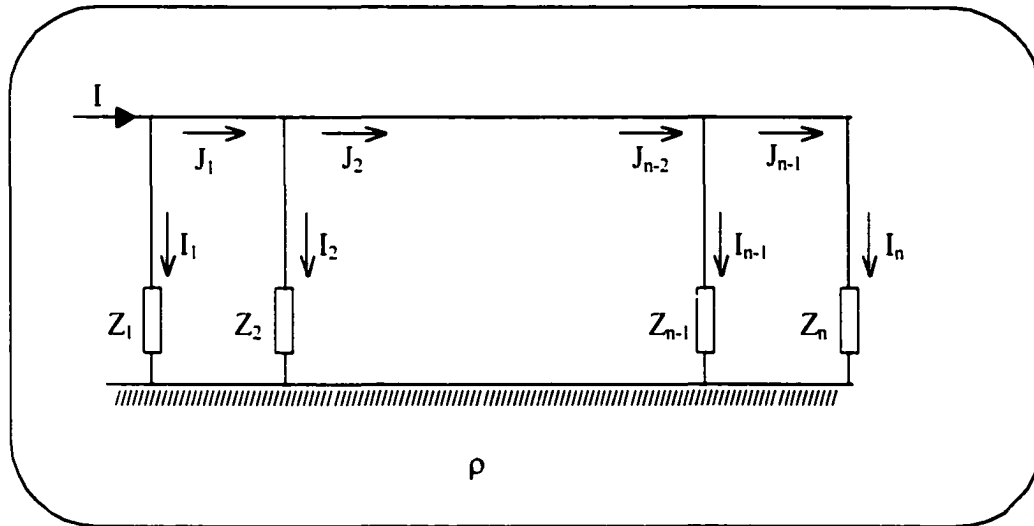


Figure C.2 Système de prises de terre interconnectées

Dans ce système le courant injecté pénètre dans le sol par plusieurs électrodes en parallèle. Le courant qui circule dans chacune de ces électrodes engendre une élévation de potentiel dans l'électrode ainsi que dans le sol. De plus il engendre une élévation de potentiel sur les autres électrodes qui se trouvent dans le champ d'écoulement du courant. Ainsi, le potentiel total du système est la somme du potentiel propre de l'électrode ou de l'élément et les potentiels mutuels engendrés par les autres éléments du système [33].

$$V = V_p + \sum V_m \quad (C.1)$$

Où :  $V_p$  est le potentiel propre de la prise de terre

$\sum V_m$  est la somme des potentiels mutuels engendrés par les autres prises du système sur cette prise.

*b) L'effet du potentiel engendré par l'image du contrepoids dans le sol.*

D'après Deri [30], il y a dans le sol une surface plane fictive de conductivité infinie, parallèle à la surface du sol et localisée à une profondeur complexe  $p$  dans le sol. Ce plan de profondeur complexe apparaît comme un miroir afin de déterminer la position du conducteur image.

La figure C.3 représente une tranche du contrepoids qui se trouve à une hauteur  $h_c$  au-dessus du sol. Le plan superconducteur se trouve à une profondeur complexe  $p$  dans le sol et l'image du fil de garde se trouve à une profondeur  $(h_c + 2p)$  dans le sol.

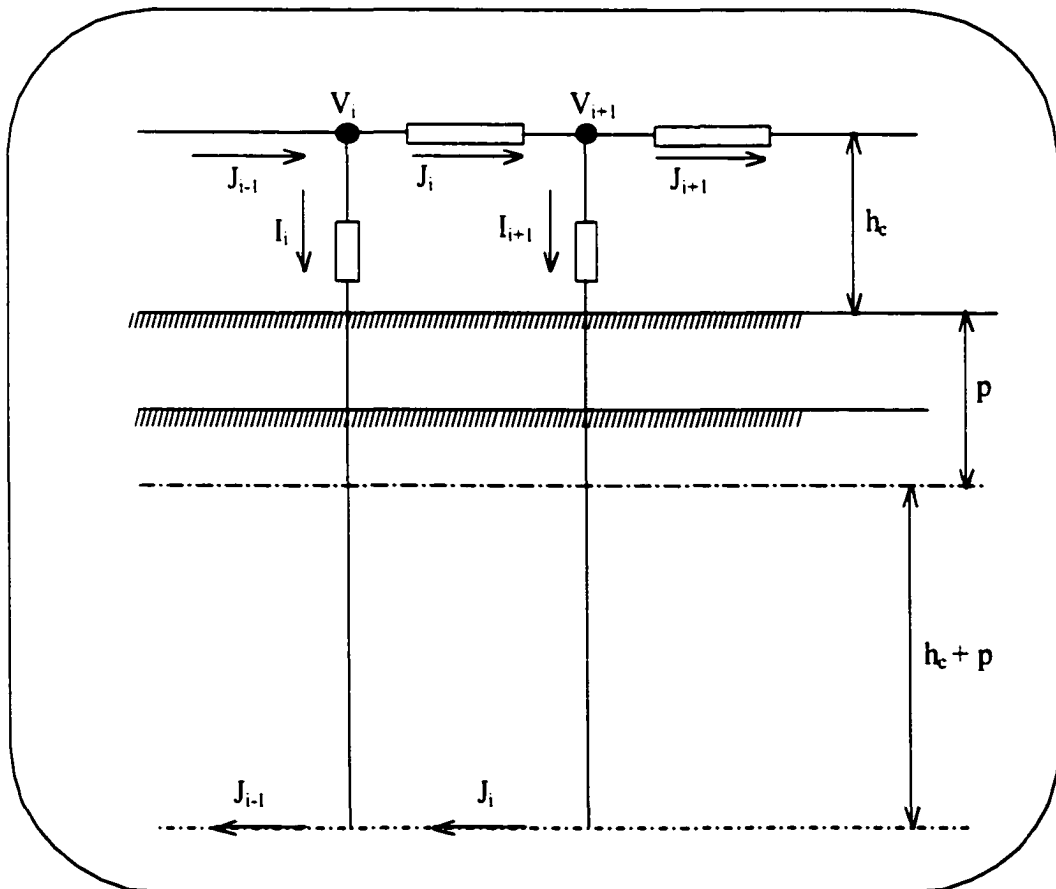


Figure C.3 Une tranche du contrepoids et son image dans le sol par rapport au plan superconducteur de profondeur complexe  $p$

La profondeur complexe  $p$  du plan fictif dans un sol à deux couches est déterminée par A. Deri [30] comme suit :

$$p = \frac{\sum_1^2 \phi_k}{\mu_0 H_0} = \frac{\frac{1}{j\omega} (E_0 - E_1)}{\mu_0 H_0} = \frac{E_0 - E_1}{j\omega \mu_0 H_0} \quad (C.2)$$

Où :

$\phi_k$  est le flux magnétique dans la couche numéro  $k$

$\mu_0$  est la perméabilité dans le vide

$H_0$  est l'intensité du champ magnétique à la surface du sol

$\omega$  est la fréquence angulaire du courant

$E_0$  est le champ électrique induit à la surface du sol

$E_1$  est le champ électrique induit dans la première couche du sol

La tension totale induite par le contrepoids et son image dans le sol entre les pylônes  $i$  et  $i+1$  est déterminée comme suit [33] :

$$V_{i,i+1} = \frac{j\omega \mu_0 J_i M_i}{4\pi} \quad (C.3)$$

Avec :  $M_i = M_1(i) + M_2(i)$ ;

$$M_1(i) = \left[ \begin{array}{l} (x - 2(i-1)e) \ln \left( (x - 2(i-1)e) + \sqrt{(x - 2(i-1)e)^2 + a^2} \right) \\ - \sqrt{(x - 2(i-1)e)^2 + a^2} + a + \sqrt{(x - (2i-1)e)^2 + a^2} \\ - e \ln(-e + \sqrt{(e^2 + a^2)}) - (x - (2i-1)e) \ln \left( \frac{(x - (2i-1)e)}{+ \sqrt{a^2 + (x - (2i-1)e)^2}} \right) \end{array} \right] \quad (C.4)$$

$$M_3(i) = \begin{bmatrix} -(i-1)e \ln\left(-(i-1)e + \sqrt{((i-1)e)^2 + b^2}\right) \\ -\sqrt{(-(i-1)e)^2 + b^2} + b + \sqrt{(ie)^2 + b^2} \\ -e \ln\left(-e + \sqrt{e^2 + b^2}\right) - \sqrt{e^2 + b^2} + ie \ln\left(-ie + \sqrt{b^2 + (ie)^2}\right) \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

Où :

$i$  est le numéro du pylône

$e$  est la longueur du contrepoids entre deux pylônes

$$a^2 = (y - h_c)^2 + z^2$$

$$b^2 = (y + h_c + 2p)^2 + z^2$$

D'où le potentiel total dû à la structure du pylône numéro  $i$  est représenté par la relation suivante :

$$V_i = V_{i1} + V_{i2} + V_{i3} + \dots + V_{ii} + \dots + V_{in} + V_{i,i+1} \quad (C.6)$$

Où :

$V_{in}$  est le potentiel mutuel entre le piquet  $i$  et le piquet  $n$

$V_{ii}$  est le potentiel propre dû au piquet  $i$

D'autre part la distribution du courant dans le contrepoids et les électrodes de mise à la terre des pylônes peut être déterminée de la théorie des circuits électriques en utilisant les mesures de la résistance fournies par Hydro-Québec comme suit:

$$\begin{aligned} J_1 &= I - I_1 \\ J_2 &= J_1 - I_2 = I - I_1 - I_2 \\ J_3 &= J_2 - I_3 = I - I_1 - I_2 - I_3 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ J_i &= I - \sum_{j=1}^i I_j \end{aligned} \quad (C.7)$$



Pour le pylône  $n$  :  $J_{n-1} = I_n$ , avec  $i$  qui varie de 1 à  $n$  et  $J_i$  est le courant qui circule dans la tranche du contrepoids après le nœuds  $i$ . Pour plus des détails sur le calcul de la résistance de mise à la terre d'un système d'électrodes interconnectées, la profondeur complexe du plan super conducteur, et le calcul de l'impédance d'un contrepoids le lecteur est invité à consulter la référence [33, 34].

La résistance propre du contrepoids de la figure C.1 peut être déterminée par l'équation (3.32) qui représente physiquement la résistance de terre du contrepoids pour une portée entre deux pylônes selon le modèle # 3 du sol validé au chapitre 4 et sans tenir compte de la valeur additionnelle à cette résistance engendrée par l'effet de la mutualité et qui est appelée la résistance mutuelle.

Tenir compte de la résistance mutuelle consiste à utiliser le système d'équation (C.7) pour déterminer les courants dans le réseau d'électrodes interconnectées et par l'application de la méthode des images de l'électromagnétisme [35] et en se servant des valeurs mesurées de la résistance de mise à la terre des prises de terre des pylônes et en considérant que la résistance de malt de ceux qui ne sont pas mesurés est constante ( $50 \Omega$ ), la résistance équivalente sur chaque nœud du réseau à la figure C.1 peut être déterminée. Autrement dit, le profil de la résistance de mise à la terre des pylônes le long de la ligne de transport d'énergie entre Lac-Robertson et Latabatière peut être tracé et la contribution du contrepoids à diminuer ou à améliorer le comportement du système de mise à la terre de cette installation électrique sera mise en évidence.

Après le calcul de l'impédance de mise à la terre du contrepoids, la résistance de mise à la terre de l'électrode de mer est calculée, une électrode de mer est ajoutée au milieu de la ligne de transport d'énergie tel qu'illustré à la figure C.1 et connectant le contrepoids à l'eau salé de l'océan. Ensuite la résistance de malt sur chaque nœud du réseau de mise à la terre sera de nouveau calculée en tenant compte de la présence du contrepoids et de l'électrode de mer.

Les résultats numériques et les courbes sont représentés au chapitre 6 avec une comparaison du comportement du système de mise à la terre de cette installation en tenant compte de plusieurs scénarios.